

Feuille de calcul n°28 — Primitives et intégrales

Exercice 1. Dans chaque cas, déterminer une primitive F de f sur I .

1. $f : x \mapsto x^3, I = \mathbb{R}$
2. $f : x \mapsto 2x^5, I = \mathbb{R}$
3. $f : x \mapsto x^2 + 2x - 3, I = \mathbb{R}$
4. $f : x \mapsto \frac{1}{x^2} - x^2, I = \mathbb{R}_+^*$
5. $f : x \mapsto -\frac{4}{3x^5}, I = \mathbb{R}_+^*$
6. $f : x \mapsto x + \frac{1}{\sqrt{x}}, I = \mathbb{R}_+^*$

Exercice 2. Dans chaque cas, déterminer une primitive F de f sur I .

1. $f : x \mapsto (3x + 1)^4, I = \mathbb{R}$
2. $f : x \mapsto (2x + 7)^6, I = \mathbb{R}$
3. $f : x \mapsto \frac{1}{x^2} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^4, I = \mathbb{R}_+^*$
4. $f : x \mapsto \frac{6x}{(2x^2 + 1)^2}, I = \mathbb{R}$
5. $f : x \mapsto \frac{e^x}{(e^x + 3)^4}, I = \mathbb{R}$
6. $f : x \mapsto \frac{x + 1}{(x^2 + 2x + 3)^4}, I = \mathbb{R}$
7. $f : x \mapsto \frac{e^x}{e^x + 1}, I = \mathbb{R}$
8. $f : x \mapsto \frac{x}{1 + x^2}, I = \mathbb{R}$
9. $f : x \mapsto \frac{1}{x \ln(x)}, I =]1; +\infty[$
10. $f : x \mapsto e^{2x}, I = \mathbb{R}$
11. $f : x \mapsto e^{-x}, I = \mathbb{R}$
12. $f : x \mapsto \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}, I = \mathbb{R}_+^*$

Exercice 3. Calculer les intégrales suivantes à l'aide d'une primitives.

1. $I_1 = \int_0^1 3x^2 + x + 2 \, dx$
2. $I_2 = \int_2^4 \frac{1}{t} \, dt$
3. $I_3 = \int_1^2 x e^{x^2-1} \, dx$
4. $I_4 = \int_3^4 \frac{u-1}{u^2-2u} \, du$
5. $I_5 = \int_0^3 \frac{1}{\sqrt{t+1}} \, dt$
6. $I_6 = \int_0^1 t^2 e^{-t^3} \, dt$
7. $I_7 = \int_1^2 \frac{6}{s} + 3s + 4 \, ds$
8. $I_8 = \int_1^2 \frac{3}{x^2} \, dx$
9. $I_9 = \int_0^1 e^t + e^{-t} \, dt$
10. $I_{10} = \int_0^1 \frac{1}{1+u^2} \, du$
11. $I_{11} = \int_0^\pi \sin(t) \cos^2(t) \, dt$
12. $I_{12} = \int_2^3 \frac{x}{(x^2-3)^3} \, dx$

Exercice 4. Calculer les intégrales suivantes à l'aide d'une intégration par parties.

1. $I_1 = \int_0^1 (2x - 4) e^x \, dx$
2. $I_2 = \int_1^e \frac{\ln(t)}{t^2} \, dt$
3. $I_3 = \int_0^1 \frac{\ln(t+1)}{(t+1)^2} \, dt$
4. $I_4 = \int_0^1 \arctan(x) \, dx$

Exercice 5. Calculer les intégrales suivantes à l'aide du changement de variable indiqué.

1. $I_1 = \int_0^1 \sqrt{1-x^2} \, dx \quad (x = \sin(t))$
2. $I_2 = \int_1^4 \frac{1}{1+\sqrt{t}} \, dt \quad (t = x^2)$
3. $I_3 = \int_0^1 \frac{e^{2x}}{e^x+1} \, dx \quad (t = e^x)$
4. $I_4 = \int_0^{\ln(2)} \sqrt{e^x-1} \, dx \quad (t = \sqrt{e^x-1})$