

Feuille de calcul n°27 — Variables aléatoires

Exercice 1. Soit X une variable aléatoire dont la loi est donnée par le tableau suivant.

x_i	-2	-1	2	5
$\mathbf{P}(X = x_i)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$

Calculer la probabilité de chacun des événements $\{X \leq 0\}$, $\{-1 \leq X \leq 5\}$ et $\{|X| = 2\}$.

Exercice 2. On considère une variable aléatoire X telle que $X(\Omega) = \llbracket 1, 10 \rrbracket$ et telle qu'il existe un réel λ tel que, pour tout $n \in \llbracket 1, 10 \rrbracket$, $\mathbf{P}(X = n) = \lambda n^2$.

Déterminer la valeur de λ .

Exercice 3. Soit X une variable aléatoire dont la loi est donnée par le tableau suivant.

x_i	0	2	4
$\mathbf{P}(X = x_i)$	$\frac{21}{32}$	$\frac{6}{32}$	$\frac{5}{32}$

Déterminer l'espérance et la variance de X .

Exercice 4. Le tableau suivant donne la loi d'une variable aléatoire X qui représente le gain algébrique à un jeu.

x_i	-5	-1	1	a
$\mathbf{P}(X = x_i)$	$\frac{3}{20}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{10}$

Déterminer a pour que le jeu soit équitable.

Exercice 5. Une urne contient 10 boules rouges et 5 boules noires. On tire simultanément 3 boules dans l'urne et on note X la variable aléatoire égale au nombre de boules noires tirées.

- Déterminer la loi de probabilité de X .
- Calculer l'espérance et la variance de X .
- On suppose qu'on mise 1 euro pour tirer les trois boules de l'urne et qu'on remporte autant d'euros que de boules noires tirées. On note G le gain algébrique.
 - Exprimer G en fonction de X .
 - En déduire l'espérance et la variance de G .