Feuille de calcul n°23 — Primitives et intégrales

Exercice 1. Dans chaque cas, déterminer une primitive F de f sur I.

1. $f : x \longmapsto x^3,\ I = \mathbb{R}$ **2.** $f : x \longmapsto 2x^5,\ I = \mathbb{R}$ **3.** $f : x \longmapsto x^2 + 2x - 3,\ I = \mathbb{R}$

4. $f : x \longmapsto \dfrac{1}{x^2} - x^2,\ I = \mathbb{R}_+^*$ **5.** $f : x \longmapsto -\dfrac{4}{3x^5},\ I = \mathbb{R}_+^*$ **6.** $f : x \longmapsto x + \dfrac{1}{\sqrt{x}},\ I = \mathbb{R}_+^*$

Exercice 2. Dans chaque cas, déterminer une primitive F de f sur I.

1. $f : x \longmapsto (3x+1)^4,\ I = \mathbb{R}$ **2.** $f : x \longmapsto (2x+7)^6,\ I = \mathbb{R}$ **3.** $f : x \longmapsto \dfrac{1}{x^2}\left(1 + \dfrac{1}{x}\right)^4,\ I = \mathbb{R}_+^*$

4. $f : x \longmapsto \dfrac{6x}{(2x^2+1)^2},\ I = \mathbb{R}$ **5.** $f : x \longmapsto \dfrac{\mathrm{e}^{x}}{(\mathrm{e}^{x}+3)^4},\ I = \mathbb{R}$ **6.** $f : x \longmapsto \dfrac{x+1}{(x^2+2x+3)^4},\ I = \mathbb{R}$

7. $f : x \longmapsto \dfrac{\mathrm{e}^{x}}{\mathrm{e}^{x}+1},\ I = \mathbb{R}$ **8.** $f : x \longmapsto \dfrac{x}{1+x^2},\ I = \mathbb{R}$ **9.** $f : x \longmapsto \dfrac{1}{x\ln(x)},\ I =]1\,;+\infty[$

10. $f : x \longmapsto \mathrm{e}^{2x},\ I = \mathbb{R}$ **11.** $f : x \longmapsto \mathrm{e}^{-x},\ I = \mathbb{R}$ **12.** $f : x \longmapsto \dfrac{\mathrm{e}^{\frac{1}{x}}}{x^2},\ I = \mathbb{R}_+^*$

Exercice 3. Calculer les intégrales suivantes à l'aide d'une primitives.

1. $I_1 = \displaystyle\int_0^1 3x^2 + x + 2\,\mathrm{d}x$ **2.** $I_2 = \displaystyle\int_2^4 \frac{1}{t}\,\mathrm{d}t$ **3.** $I_3 = \displaystyle\int_1^2 x\,\mathrm{e}^{x^2-1}\mathrm{d}x$

4. $I_4 = \displaystyle\int_3^4 \frac{u-1}{u^2-2u}\,\mathrm{d}u$ **5.** $I_5 = \displaystyle\int_0^3 \frac{1}{\sqrt{t+1}}\,\mathrm{d}t$ **6.** $I_6 = \displaystyle\int_0^1 t^2\,\mathrm{e}^{-t^3}\mathrm{d}t$

7. $I_7 = \displaystyle\int_1^2 \frac{6}{s} + 3s + 4\,\mathrm{d}s$ **8.** $I_8 = \displaystyle\int_1^2 \frac{3}{x^2}\,\mathrm{d}x$ **9.** $I_9 = \displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^{t} + \mathrm{e}^{-t}\mathrm{d}t$

10. $I_{10} = \displaystyle\int_0^1 \frac{1}{1+u^2}\,\mathrm{d}u$ **11.** $I_{11} = \displaystyle\int_0^\pi \sin(t)\cos^2(t)\,\mathrm{d}t$ **12.** $I_{12} = \displaystyle\int_2^3 \frac{x}{(x^2-3)^3}\,\mathrm{d}x$

Exercice 4. Calculer les intégrales suivantes à l'aide d'une intégration par parties.

1. $I_1 = \displaystyle\int_0^1 (2x-4)\,\mathrm{e}^{x}\mathrm{d}x$ **2.** $I_2 = \displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} \frac{\ln(t)}{t^2}\,\mathrm{d}t$ **3.** $I_3 = \displaystyle\int_0^1 \frac{\ln(t+1)}{(t+1)^2}\,\mathrm{d}t$ **4.** $I_4 = \displaystyle\int_0^1 \arctan(x)\,\mathrm{d}x$

Exercice 5. Calculer les intégrales suivantes à l'aide du changement de variable indiqué.

1. $I_1 = \displaystyle\int_0^1 \sqrt{1-x^2}\,\mathrm{d}x \quad (x = \sin(t))$ **2.** $I_2 = \displaystyle\int_1^4 \frac{1}{1+\sqrt{t}}\,\mathrm{d}t \quad (t = x^2)$

3. $I_3 = \displaystyle\int_0^1 \frac{\mathrm{e}^{2x}}{\mathrm{e}^{x}+1}\,\mathrm{d}x \quad (t = \mathrm{e}^{x})$ **4.** $I_4 = \displaystyle\int_0^{\ln(2)} \sqrt{\mathrm{e}^{x}-1}\,\mathrm{d}x \quad (t = \sqrt{\mathrm{e}^{x}-1})$