

## Feuille de calcul n°22 — Variables aléatoires

**Exercice 1.** Soit  $X$  une variable aléatoire dont la loi est donnée par le tableau suivant.

|                       |               |               |               |               |
|-----------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| $x_i$                 | -2            | -1            | 2             | 5             |
| $\mathbf{P}(X = x_i)$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{4}$ |

Calculer la probabilité de chacun des évènements  $\{X \leq 0\}$ ,  $\{-1 \leq X \leq 5\}$  et  $\{|X| = 2\}$ .

**Exercice 2.** On considère une variable aléatoire  $X$  telle que  $X(\Omega) = \llbracket 1, 10 \rrbracket$  et telle qu'il existe un réel  $\lambda$  tel que, pour tout  $n \in \llbracket 1, 10 \rrbracket$ ,  $\mathbf{P}(X = n) = \lambda n^2$ .

Déterminer la valeur de  $\lambda$ .

**Exercice 3.** Soit  $X$  une variable aléatoire dont la loi est donnée par le tableau suivant.

|                       |                 |                |                |
|-----------------------|-----------------|----------------|----------------|
| $x_i$                 | 0               | 2              | 4              |
| $\mathbf{P}(X = x_i)$ | $\frac{21}{32}$ | $\frac{6}{32}$ | $\frac{5}{32}$ |

Déterminer l'espérance et la variance de  $X$ .

**Exercice 4.** Le tableau suivant donne la loi d'une variable aléatoire  $X$  qui représente le gain algébrique à un jeu.

|                       |                |               |               |                |
|-----------------------|----------------|---------------|---------------|----------------|
| $x_i$                 | -5             | -1            | 1             | $a$            |
| $\mathbf{P}(X = x_i)$ | $\frac{3}{20}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{10}$ |

Déterminer  $a$  pour que le jeu soit équitable.

**Exercice 5.** Une urne contient 10 boules rouges et 5 boules noires. On tire simultanément 3 boules dans l'urne et on note  $X$  la variable aléatoire égale au nombre de boules noires tirées.

1. Déterminer la loi de probabilité de  $X$ .
2. Calculer l'espérance et la variance de  $X$ .
3. On suppose qu'on mise 1 euro pour tirer les trois boules de l'urne et qu'on remporte autant d'euros que de boules noires tirées. On note  $G$  le gain algébrique.
  - a. Exprimer  $G$  en fonction de  $X$ .
  - b. En déduire l'espérance et la variance de  $G$ .