

Feuille de calcul n°21 — Calculs de limites et de dérivées (II)

Exercice 1. Calculer les limites suivantes.

$$\begin{array}{cccc} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + x}{x^2 + 1} & \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x+1} - \sqrt{x} & \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\arctan(x)}{x^2} & \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 4x - 5} \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(2)^x & \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 + \sin(x) & \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sin(x)}{x + \cos(x)} & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{e^{2x} + e^x - 2} \end{array}$$

Exercice 2. Calculer les limites suivantes.

$$\begin{array}{cccc} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-10e^x}{x^{-4}} & \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x)^2 - e^x & \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\ln(x)} & \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x) + \frac{1}{x^2} \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{x+1}}{x^2} & \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x+1)}{x^3} & \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{2024}}{e^{x^2}} & \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x - x}{2e^{x+3}} \end{array}$$

Exercice 3. Calculer les limites suivantes en reconnaissant un taux de variation.

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{x} \quad 2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x)}{x} \quad 3. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{x - 1} \quad 4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(x)}{x} \quad 5. \lim_{x \rightarrow e} \frac{\ln(x) - 1}{x - e}$$

Exercice 4. Dans chaque cas, calculer $f'(x)$ pour tout réel $x \in D$.

1. $f : x \mapsto \arctan(\sqrt{x})$ avec $D = \mathbb{R}_+^*$
2. $f : x \mapsto \frac{x \ln(x)}{x+1}$ avec $D = \mathbb{R}_+^*$
3. $f : x \mapsto \arctan(\sin(x))$ avec $D = \mathbb{R}$
4. $f : x \mapsto \sqrt[3]{\sin^2(3x) + 1}$ avec $D = \mathbb{R}$
5. $f : x \mapsto \ln(\arctan(x))$ avec $D = \mathbb{R}_+^*$
6. $f : x \mapsto x^3 \sqrt[5]{x}$ avec $D = \mathbb{R}_+^*$