Feuille de calcul n°16 — Équations différentielles

Exercice 1.

1. Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle (E_1) : $y' + 5y = 0$.
2. Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle (E_2) : $y = 3y'$.
3. Déterminer la solution sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle (E_3) : $y' + \frac{1}{2}y = 0$ telle que $y(0) = 1$.
4. Déterminer la solution sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle (E_4) : $y' - y = 0$ telle que $y'(0) = 1$.

Exercice 2.

1. Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle (E_1) : $y'' - 3y' + 2y = 0$.
2. Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle (E_2) : $y'' + y' + \frac{1}{4}y = 0$.
3. Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle (E_3) : $y'' - 2y' + 5y = 0$.

Exercice 3.

1. Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle (E_1) : $y' - 3y = 4$. On chercher une solution particulière constante.
2. Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle (E_2) : $y' + 3y = 2t$. On cherchera une solution particulière sous la forme d'une fonction affine.
3. Déterminer la solution sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle (E_3) : $y' + 7y = \mathrm{e}^{-t}$ telle que $y(0) = 1$. On cherchera une solution particulière sous la forme $t \longmapsto A\mathrm{e}^{-t}$ où $A \in \mathbb{R}$.
4. Déterminer la solution sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle (E_4) : $y' - y = \cos(t)$ telle que $y'(0) = 1$. On cherchera une solution particulière sous la forme $t \longmapsto A\cos(t) + B\sin(t)$ où $(A, B) \in \mathbb{R}^2$.

Exercice 4.

1. Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle (E_1) : $y'' - 5y' + 6y = 3t + 2$. On cherchera une solution particulière sous la forme d'une fonction affine.
2. Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle (E_2) : $y'' + 4y' + 4y = \mathrm{e}^{-2t}$. On cherchera une solution particulière sous la forme $t \longmapsto at^2\mathrm{e}^{-2t}$ où $a \in \mathbb{R}$.
3. Déterminer la solution sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle (E_3) : $y'' + y' + \frac{1}{2}y = \cos(t)$ telle que $y(0) = y'(0) = 1$. On cherchera une solution particulière sous la forme $t \longmapsto a\cos(t) + b\sin(t)$ avec $(a, b) \in \mathbb{R}^2$.