Feuille de calcul n°14 — Nombres complexes

Exercice 1. Calculer les nombres complexes suivants. Les résultats seront donnés sous forme algébrique.

$$z_1 = (-1+3\,\mathrm{i}\,)(7-\mathrm{i}\,) \qquad z_2 = (1+2\,\mathrm{i}\,)^2 + 3(1+2\,\mathrm{i}\,) - \mathrm{i} \qquad z_3 = \frac{1-\mathrm{i}}{3+2\,\mathrm{i}} \qquad z_4 = \frac{1+4\,\mathrm{i}}{-1-2\,\mathrm{i}}.$$

Exercice 2. Écrire les nombres suivants sous forme algébrique

$$z_1 = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{3}} \quad z_2 = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{4}} \quad z_3 = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{2}} \quad z_4 = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\pi} \quad z_5 = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{3}} \quad z_6 = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{4}} \quad z_7 = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{2}} \quad z_8 = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\pi}.$$

Exercice 3. Écrire les nombres suivants sous forme exponentielle.

$$z_1 = \mathrm{i} \qquad z_2 = -\mathrm{i} \qquad z_3 = 1+\mathrm{i} \qquad z_4 = 1-\mathrm{i} \qquad z_5 = \sqrt{3}+\mathrm{i} \qquad z_6 = \sqrt{3}-\mathrm{i}\,.$$

Exercice 4. Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes d'inconnues z.

$$(E_1) : z^2 - 8z + 25 = 0 \qquad (E_2) : z^2 + z + 1 = 0.$$

Exercice 5. Soit $(\alpha, \beta) \in \,]0\,;\pi[^2$ et $z = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\,\alpha} - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\,\beta}$. Déterminer module et argument de z.

Exercice 6. Soit $t \in \mathbb{R}$. Linéariser

$$\cos^2(t) \qquad \sin^3(t) \qquad \sin^3(2t)\cos^2(t).$$