Feuille de calcul n°12 — Fonctions exponentielle et logarithme

Exercice 1. Écrire les nombres suivants en fonction de $\ln(2)$.

$$A = \ln(16) \qquad B = \ln(8) \qquad C = \ln(2\mathrm{e}^2) \qquad D = \ln(6) - \ln(3)$$

Exercice 2. Simplifier au maximum l'écriture des nombres suivants.

$$A = \ln(\sqrt{3}+\sqrt{2}) + \ln(\sqrt{3}-\sqrt{2}) \qquad B = \ln(\mathrm{e}^2\sqrt{e}) + \ln\left(\frac{1}{e}\right) \qquad C = \frac{\ln(\mathrm{e}^5)}{\ln(\mathrm{e}^3)} \qquad D = \ln\left(\frac{\mathrm{e}^5}{\mathrm{e}^3}\right)$$

Exercice 3. Soit a et b deux réels tels que $b > 0$. Simplifier l'écriture des nombres suivants.

$$A = \frac{e^{a^2}}{(\mathrm{e}^a)^2} \qquad B = \frac{\mathrm{e}^{a^2+2a}}{\mathrm{e}^{(a+1)^2}} \qquad C = \mathrm{e}^{2\ln(b)} \qquad D = \ln(2b) - \ln(b) \qquad E = \ln\left(\frac{1}{b}\right) + \ln(b^2).$$

Exercice 4. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes d'inconnue x.

(E_1) $\mathrm{e}^x = \mathrm{e}^{-2}$ $\qquad$ (E_2) $\mathrm{e}^x = e$ $\qquad$ (E_3) $\mathrm{e}^{2x+1} = 2$ $\qquad$ (E_4) $\mathrm{e}^{x+2} = \mathrm{e}^3$

(E_5) $\mathrm{e}^x = 1$ $\qquad$ (E_6) $\mathrm{e}^x + 4 = 0$ $\qquad$ (E_7) $\mathrm{e}^{x^2} = e$ $\qquad$ (E_8) $\mathrm{e}^{x^2+1} = 1$

Exercice 5. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes d'inconnue x.

(E_1) $(\mathrm{e}^x - 3)(\mathrm{e}^x + 3) = 0$ $\quad$ (E_2) $(3x+1)\mathrm{e}^x = 0$ $\quad$ (E_3) $(2x-1)\mathrm{e}^x = \mathrm{e}^x$ $\quad$ (E_4) $x\mathrm{e}^{x+3} = 2\mathrm{e}^{x+3}$

Exercice 6. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes d'inconnue x.

(E_1) $\ln(1+3x) = \ln(x+1)$ $\qquad$ (E_2) $\ln(x-3) - 1 = 0$

(E_3) $\ln(x) + \ln(x-1) = 0$ $\qquad$ (E_4) $\ln(4-x) = 0$

(E_5) $\ln(x) - \ln(1-x) = \ln(2)$ $\qquad$ (E_6) $\ln(2x+1) - \ln(x-3) = \ln(x+5)$

(E_7) $\ln(x-1) - \ln(2-x) = \ln(6x)$ $\qquad$ (E_8) $\ln(x^2) = \ln(x)^2$