

## Devoir surveillé n°1

Durée : 1 heure 30 (10h30-12h)

L'utilisation d'une calculatrice ou de tout document est interdite.  
Toute sortie anticipée est interdite.

**Exercice 1.** Écrire les nombres suivants sous forme de fractions irréductibles.

$$A = \frac{1}{3} + \frac{5}{18} \qquad B = \frac{36}{35} \times \frac{25}{12} \qquad C = \frac{\frac{2}{3} - \frac{1}{2}}{\frac{4}{5} - \frac{2}{3}}$$

**Exercice 2.** Développer, réduire et ordonner selon les puissances décroissantes de  $x$  les expressions suivantes.

$$\begin{aligned} A(x) &= (x-1)(2x+3) & B(x) &= (4x+1)^2 \\ C(x) &= (x+2)(x-2)(x^2+4) & D(x) &= 6 \left( \frac{1}{3}x + \frac{1}{2} \right) (5x+2) \end{aligned}$$

**Exercice 3.** Factoriser au maximum les expressions suivantes.

$$\begin{aligned} A(x) &= (x+1)(3x+7) - (x+1) & B(x) &= (3x-1)^2 - (x-2)^2 \\ C(x) &= x^2 - 4x + 4 & D(x) &= x^2 - 10x + 25 \\ E(y) &= 4(x+1)^2 - 9(3x-5)^2 & F(x) &= (x+1)(2x-7) + (14-4x)(2x-3) \end{aligned}$$

**Exercice 4.** Écrire les nombres suivants sous la forme  $a\sqrt{b}$  avec  $a$  et  $b$  entiers.

$$A = \sqrt{75} \qquad B = \sqrt{8} - 2\sqrt{18} + 3\sqrt{50} \qquad C = \frac{1}{\sqrt{50} - 7} - 7.$$

**Exercice 5.** Montrer que, pour tout réel  $x$ ,  $4(x-1) \left( x + \frac{3}{4} \right) = \left( 2x - \frac{1}{4} \right)^2 - \frac{49}{16}$ .

**Exercice 6.** On considère la proposition suivante :

$P$  : « Pour tout réel  $x$ , si  $x$  est rationnel alors  $x^2$  est rationnel ».

1. La proposition  $P$  est-elle vraie ou fausse ?
2. Écrire la réciproque de  $P$ . Cette réciproque est-elle vraie ou fausse ?
3. Écrire la négation de  $P$ . Cette négation est-elle vraie ou fausse ?

**Exercice 7.** Démontrer par récurrence les propositions suivantes.

1. Pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$ .
2. Pour tout entier  $n \geq 5$ ,  $2^n \geq 5(n+1)$ .