

Devoir à la maison n°9

À rendre le mercredi 25 mars 2026

Dans toute la suite, m désigne un réel.

1. On considère le polynôme $P = X^2 + mX + 1$.
 - a. Calculer le discriminant de P en fonction de m . On donnera le résultat sous forme factorisée.
 - b. En discutant selon les valeurs de m , déterminer les solutions dans \mathbb{C} de l'équation $P(x) = 0$.
2. On considère le polynôme Q défini par

$$Q = X^3 - 3mX^2 + (6m^2 - 2)X - 6m^2 + 3m + 1.$$

- a. Montrer que 1 est une racine de Q . (On ne cherchera pas à déterminer s'il s'agit d'une racine simple ou multiple.)
 - b. Factoriser Q en un produit d'un polynôme de degré 1 et un polynôme de degré 2.
3. On considère l'équation différentielle

$$(E_m) : y'' + my' + y = x^3 + 4x + 6m^3 - 6m^2 - 5m + 1.$$

- a. Déterminer, selon les valeurs de m , l'ensemble des solutions de l'équation homogène associée à (E_m) . On pourra utiliser les résultats de la question **1.b.**
 - b. Montrer que la fonction Q est une solution particulière de (E_m) .
 - c. En déduire, selon les valeurs de m , l'ensemble des solutions de (E_m) .
 - d. Déterminer la solution f de (E_2) telle que $f(0) = 0$ et $f'(0) = 0$.