

## Devoir à la maison n°5

À rendre le mercredi 7 janvier 2026

**Exercice 1.** On considère un sac contenant 10 jetons : 6 jetons rouges numérotés de 1 à 6 et 4 jetons blancs numérotés de 7 à 10.

1. On tire successivement et avec remise 4 jetons dans le sac. On s'intéresse aux numéros tirés. Un tirage est donc une suite de 4 nombres, par exemple : 3, 5, 1, 3.
  - a. Combien y a-t-il de tirages possibles ?
  - b. Combien y a-t-il de tirages ne donnant que des nombres pairs ?
  - c. Combien y a-t-il de tirages contenant au moins un nombre impair ?
  - d. Combien y a-t-il de tirages contenant 2 nombres pairs et 2 nombres impairs ?
2. On tire successivement et avec remise 4 jetons dans le sac. On s'intéresse seulement aux couleurs tirées. Un tirage est donc une suite de 4 couleurs, par exemple : rouge, rouge, blanc, rouge.
  - a. Combien y a-t-il de tirages possibles ?
  - b. Combien y a-t-il de tirages ne donnant que des jetons rouges
  - c. Combien y a-t-il de tirages contenant au moins un jeton blanc ?
  - d. Combien y a-t-il de tirages contenant 2 jetons rouges et 2 jetons blancs ?
3. Reprendre l'ensemble de la question 1 en supposant qu'on effectue 4 tirages successifs mais sans remise.
4. Reprendre l'ensemble de la question 1 en supposant qu'on effectue un tirage simultané de 4 jetons dans le sac.
5. Dans cette question, on suppose qu'on tire deux jetons dans le sac successivement et avec remise et on s'intéresse à la somme des deux numéros tirés. Par exemple, si on tire le jeton 3 puis le jeton 5, le résultat est  $3 + 5 = 8$ .
  - a. Quel est l'ensemble des résultats possibles ?
  - b. Combien y a-t-il de tirages qui donnent un résultat égal à 10 ?
  - c. Combien y a-t-il de tirages qui donnent un résultat inférieur ou égal à 5 ?

**Exercice 2.** On considère les fonctions  $f : x \mapsto \frac{3x-1}{x+2}$  et  $g : x \mapsto \frac{3\ln(x)-1}{\ln(x)+2}$ .

1.
  - a. Déterminer l'ensemble de définition  $\mathcal{D}_f$  de  $f$ .
  - b. Écrire  $f$  sous forme réduite et en déduire les variations de  $f$  sur  $\mathcal{D}_f$ .
2.
  - a. Déterminer l'ensemble de définition  $\mathcal{D}_g$  de  $g$ .
  - b. En revenant à la définition et en utilisant le résultat de la question 1., étudier les variations de  $g$  sur  $\mathcal{D}_g$ .
  - c. Montrer que  $g$  réalise une bijection de  $\mathcal{D}_g$  sur  $\mathbb{R} \setminus \{3\}$  et déterminer sa bijection réciproque.