# ⧫ Chapitre 4. Grandeurs et mesures

## I. — Notion de grandeur

### 1) Définition

**Définition 1**

Une grandeur est une caractéristique physique, chimique ou biologique d'une catégorie d'objets telle que les grandeurs de deux objets de cette catégorie soient comparables.

*Remarque* 2. Dans la définition précédente, le mot « objet » est à prendre dans un sens très large : il peut s'agir d'un objet physique (par exemple, un livre), d'une substance (par exemple, de l'eau), d'un être vivant (par exemple, un animal), d'un phénomène (par exemple, la chaleur), etc.

**Exemple 3.** La durée d'un film est une grandeur : étant donné deux films, on peut comparer leurs durées et déterminer le plus long des deux. La couleur d'un animal n'est pas une grandeur : étant donné deux animaux, on ne peut pas comparer leurs couleurs.

### 2) Comparaison de grandeurs

Il existe deux façons de comparer deux grandeurs : la comparaison directe et la comparaison indirecte.

La **comparaison directe** qui consiste à avoir une perception directe de la grandeur la plus grande.

Ainsi, si on veut comparer la longueur de deux morceaux de ficelles, on peut les accoler en prenant une extrémité commune et observer les autres extrémités : la plus longue est celle qui dépasse.

De même, si on veut comparer la durée de deux morceaux de musique, on peut les lancer en même temps et le plus court sera celui qui se terminera en premier.

Il n'est cependant pas toujours simple de faire cette comparaison directe. Par exemple, étant donné deux bouteilles de formes différentes, comment comparer leur contenance ? Ou bien, étant donné un pot cylindrique et un pot rectangulaire, comment comparer leur circonférence ?

On peut utiliser une comparaison indirecte, c'est-à-dire une comparaison qui va nécessiter une manipulation supplémentaire à l'aide d'un objet tiers.

Par exemple, pour comparer les contenances des bouteilles, on peut remplir l'une avec de l'eau puis transférer le liquide dans l'autre bouteille. Si on remplit la seconde bouteille alors qu'il reste de l'eau dans la première, cela signifie que la contenance de la première est supérieure à la contenance de la seconde et sinon, c'est le contraire.

De même, pour comparer les circonférences des pots, on peut, à l'aide d'une ficelle, entourer le premier pot et couper la ficelle pour que sa longueur corresponde exactement à la circonférence du pot. On entoure ensuite le second pot avec le morceaux de ficelle et selon qu'on parvient à faire moins ou plus d'un tour, on détermine quel pot à la plus grande circonférence.

Les balances Roberval (balance avec deux plateaux) permettent la comparaison indirecte de la masse de deux objets : en fonction du côté où penche la balance, on détermine l'objet le plus lourd.

Il n'est toutefois pas toujours simple, même de façon indirecte, de comparer deux grandeurs. Par exemple, quelle est la surface qui a la plus grande aire entre un disque et un carré donnés ?

Pour répondre à ce type de question, il faut souvent avoir recours à une mesure de la grandeur considérée.

# II. — Mesure d'une grandeur

## 1) Définition

**Définition 4**

Une grandeur est dite :

- **repérable** si on peut lui associer un nombre ;
- **mesurable** si elle est repérable et additive c'est-à-dire si, étant donné deux objets A et B, le nombre associé à la grandeur de la « réunion » de A et B est la somme du nombre associé à la grandeur de A et du nombre associé à la grandeur de B.

**Exemple 5.**

1. La température d'un liquide est une grandeur repérable (on peut lui associer un nombre grâce à un thermomètre) mais elle n'est pas mesurable car si on considère deux liquides ayant la même température $T$ et qu'on les mélanges, la température du liquide obtenu est $T$ et non pas $T + T = 2T$.
2. L'aire d'un champ est une grandeur mesurable : on peut la repérer par le nombre de mètre carré qu'elle occupe et, si on rassemble deux champs A et B pour en faire un nouveau champ C, alors l'aire de C est la somme des aires de A et de B.

*Remarque* 6. Dans la pratique, on fait souvent le raccourci consistant à parler de la mesure d'un objet plutôt que de la mesure de la grandeur de cet objet. Ainsi, on dira qu'une ficelle mesure 10 cm plutôt que de dire que la longueur d'une ficelle mesure 10 cm.

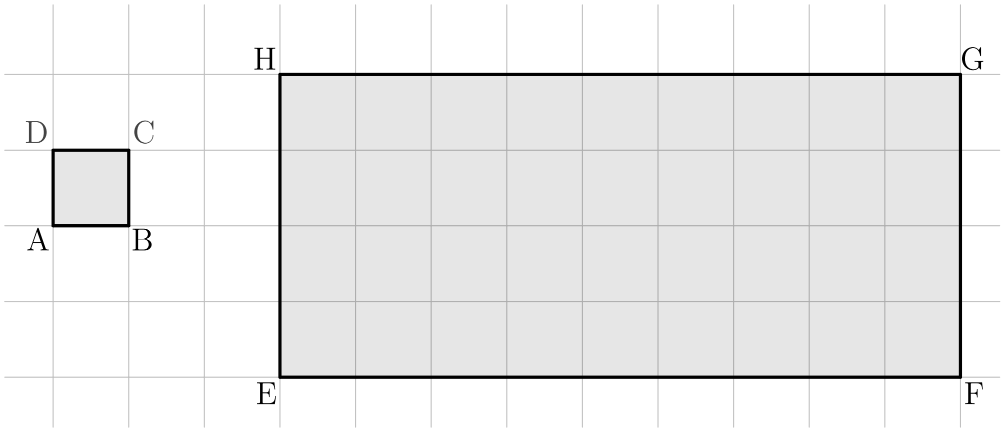
## 2) Unité de mesure

On se place dans une certaine catégorie d'objets et on considère une grandeur ainsi qu'une mesure de cette grandeur qu'on suppose fixées.

On choisit une objet E dont la mesure $u$ va servir de référence : c'est ce qu'on appelle un étalon. La mesure $u$ est alors appelé l'**unité de mesure**.

Considérons un objet A. Si, en réunissant deux objets de même grandeur que E, on obtient un objet de même grandeur que A alors, par additivité, la mesure de A est $u + u = 2u$. De manière générale, si en réunissant $n$ objets (avec $n$ entier strictement positif) de même grandeur que E, on obtient un objet de même grandeur que A alors la mesure de A est $\underbrace{u + u + \cdots + u}_{n \text{ fois}} = nu$.

Ainsi, sur la figure ci-dessous, en prenant comme étalon le carré ABCD, l'aire du carré EFGH est $36u$.




Si la mesure de A n'est pas un multiple de $u$, on peut déterminer l'entier $n$ tel que cette mesure soit comprise en $nu$ et $(n+1)u$. Ainsi, la mesure de A est de la forme $nu+r$ où $0 \leqslant r < u$. On peut alors considérer une autre unité de mesure $u'$, strictement inférieur à $u$ et essayer d'exprimer $r$ à l'aide de $u'$. Si $r$ est un multiple de $u'$ alors il existe un entier $m$ tel que $r = mu'$ et donc la mesure de A est $nu + m'u$. C'est ce qu'on fait, par exemple, avec les durées : lorsqu'on dit qu'un film dure 1h45, cela signifie qu'il dure 1 h et 45 minutes. On a une première unité de mesure $u$ qui est l'heure puis une seconde unité de mesure $u'$ qui est la minute. La mesure de la durée est alors $1u + 45u'$.

Si $r$ n'est pas un multiple de $u'$, on peut recommencer avec une troisième mesure $u''$ et ainsi de suite. On n'est pas certain que le processus s'arrête et, dans la pratique, on se contente parfois d'une valeur approchée ou d'un encadrement de la mesure de A.

Dans beaucoup de cas, on utilisera comme mesures successives, des mesures dont le rapport à la mesure $u$ est une puissance (positive ou négative) de 10. L'intérêt est alors de pouvoir obtenir la mesure de l'objet comme un nombre décimal de fois $u$.

## III. — Préfixes du système de mesure international

Par exemple, dans le système métrique international, on utilise comme unité de mesures successives la mètre, le dixième de mètre, le centième de mètres, etc. mais aussi la dizaine de mètres, la centaine de mètres, etc. Toutes ces unités sont donc de la forme $10^n$ mètres où $n$ est un entier relatif.

Les noms de ces mesures sont obtenus en ajoutant un préfixe au mot « mètre » en fonction de la puissance de 10 considérée. Voici les principaux préfixes utilisés, ainsi que le symbole associé :

| pico | nano | micro | milli | centi | déci | déca | hecto | kilo | méga | giga | téra |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| p | n | $\mu$ | m | c | d | da | h | k | M | G | T |
| $10^{-12}$ | $10^{-9}$ | $10^{-6}$ | $10^{-3}$ | $10^{-2}$ | $10^{-1}$ | $10$ | $10^{2}$ | $10^{3}$ | $10^{6}$ | $10^{9}$ | $10^{12}$ |

Ainsi, par exemple, un nanomètre (nm) représente $10^{-9}$ mètres c'est-à-dire un milliardième de mètre et un mégamètre (Mm) représente $10^6$ mètres c'est-à-dire un million de mètres.

Ce que nous venons de dire pour les unités métriques se généralise à n'importe qu'elle autre unité. Ainsi, un kilogramme (kg) représente mille grammes et une milliseconde (ms) représente un millième de seconde.

**Exemple 7.**

**1.** Convertir 12546 m en hm.

**2.** Convertir 200 $\mu$s en ms

**3.** Convertir 2 To (téraoctets) en Go (gigaoctets).

# IV. — Principales unités de mesure

En France, jusqu'à la Révolution française, il existait de nombreuses mesures différentes pour une même quantité ce qui rendait les échanges parfois difficiles, les erreurs nombreuses et les fraudes fréquentes. À partir de 1790, les scientifiques de l'Académie des Sciences vont commencer un travail d'unification et de définitions précises des unités de mesure. Ce travail prendra du temps et mettra encore plus temps à être intégré par la population.

Aujourd'hui, il existe un système de mesure international dans lequel chaque quantité possède une et une seule unité de référence.

## 1) Unités de longueur, aire et volume

### a) Unité de longueur

La **longueur** est une grandeur associée aux lignes (segments ou courbes).

La longueur d'une ligne fermée s'appelle son périmètre. Pour un cercle, on parle indifféremment du périmètre, de la circonférence ou de la longueur du cercle.

L'unité de mesure de la longueur est le **mètre** dont l'abréviation est m. Sa définition a évolué au cours du temps (voir l'exposé consacré à ce sujet).

### b) Unité d'aire

L'**aire** est une grandeur associée aux surfaces. La distinction entre surface (objet mathématique) et l'aire (grandeur associée) n'est pas toujours très claire et on emploie parfois le mot « surface » à la place du mot « aire ».

L'unité de mesure d'une aire est le **mètre carré** dont l'abréviation est $m^2$, c'est-à-dire l'aire d'un carré de côté 1 m.

Dans la pratique, les préfixes vus dans le paragraphe III ne s'appliquent pas au mètre carré mais seulement au mètre. Ainsi, un centimètre carré ($cm^2$) est l'aire d'un carré de côté 1 cm et non pas le centième d'un mètre carré, ce qui n'est pas la même chose. En effet, 1 mètre se partage en 100 segment de 1 cm donc un carré de coté 1 m se partage en $100 \times 100 = 10000$ carrés de côté 1 cm. Autrement dit, $1\text{cm}^2 = (1\text{cm})^2$ mais $1\text{cm}^2 \neq 1\text{c}(\text{m}^2)$.

**Exemple 8.**

**1.** Cnnvertir 36 $hm^2$ en $m^2$.

**2.** Convertir 14360 $mm^2$ en $cm^2$.

**3.** Convertir 3 $km^2$ en $cm^2$.

*Remarque* 9. De façon générale, lorsque les longueurs sont multipliées par un facteur $k$, les aires sont multipliées par un facteur $k^2$.

### c) Unités de volume

Le **volume** (ou capacité ou contenance) est une grandeur associée aux solides de l'espace.

L'unité de mesure d'un volume est le **mètre cube** dont l'abréviation est $m^3$, c'est-à-dire le volume d'un cube de côté 1 m.

Cependant, il existe une autre unité fréquemment utilisée pour mesurer les volumes : il s'agit du litre dont l'abréviation est L. Par définition, 1 litre est égale à 1 décimètre cube, c'est-à-dire au volume d'un cube de 10 cm de côté.

Dans la pratique, comme pour les aires, les préfixes vus dans le paragraphe III ne s'appliquent pas au mètre cube mais seulement au mètre. Ainsi, un centimètre carré ($cm^3$) est le volume d'un cube de côté 1 cm et non pas le centième d'un mètre cube.
En revanche, les préfixes s'appliquent au litre.

**Exemple 10.**

**1.** Convertir 350 $m^3$ en $dam^3$.

**2.** Convertir 25 $cm^3$ en L.

**3.** Convertir 500 L en $m^3$.

**4.** Convertir 30 cL en $mm^3$.

*Remarque* 11. De façon générale, lorsque les longueurs sont multipliées par un facteur $k$, les volumes sont multipliés par un facteur $k^3$.

## 2) Unités de temps

Le **temps** est une grandeur associée aux durées.

L'unité de mesure du temps est la **seconde** dont l'abréviation est s. Sa définition a évolué au cours du temps (voir l'exposé consacré à ce sujet).

Les sous-multiples de la seconde sont des puissances de 10 de la seconde (et on utilise surtout la milliseconde (ms) et la microseconde) mais, contrairement aux mesures métriques, les multiples de la seconde ne sont pas des puissances de 10 mais de 60. Il s'agit de la **minute** (min) qui correspond à 60 s et de l'**heure** (h) qui correspond à 60 min soit $60^2 = 3600$ s. Ainsi, les fractions décimales d'heures et de minutes ne s'expriment pas directement en secondes : il faut faire une conversion.

**Exemple 12.**

**1.** Convertir en secondes 0,6 h.

**2.** Convertir en minutes 1,3 h.

**3.** Convertir en heures 250 min et 30 s.

## 3) Unités de masse

La **masse** est une grandeur associée aux corps (au sens physique du terme).

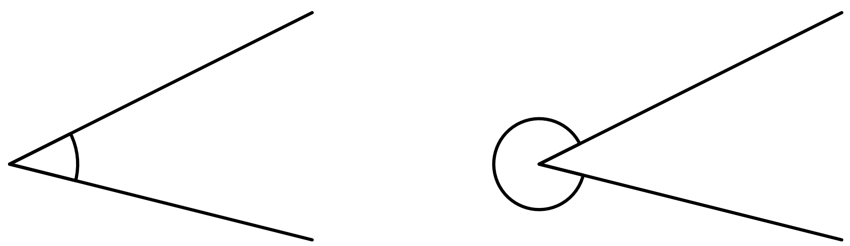
L'unité de masse est le kilogramme dont l'abréviation est kg. Contrairement à toutes les autres unités du système international, elle est définie à l'aide d'un préfixe. Cela vient du fait qu'historiquement, en 1795, on a d'abord défini le **gramme** comme la masse d'un centimètre cube d'eau pure à 4°C. Avec cette définition, 1 kg correspond à la masse d'un décimètre cube, c'est-à-dire d'un litre d'eau pure à 4°C. À partir de 1799, le kg a été défini comme la masse d'un prototype correspondant à la masse de 1,000025 litre d'eau pure. L'utilisation de ce prototype, aujourd'hui exposé au pavillon de Breteuil à Sèvres près de Paris, a été abandonnée en 2019 et remplacée par une définition plus complexe faisant intervenir une constante phyique appelée « constante de Planck ».

Il ne faut pas confondre **masse** et **poids**, bien qu'en français, on fasse souvent l'amalgame entre les deux. Le poids d'un corps est la force exercée sur ce corps en raison de la pesanteur. Si la masse d'un corps est constante, son poids dépend d'une caractéristique physique appelée « accélération de pesanteur ». Plus précisément, le poids (exprimé en Newton) est le produit de la masse du corps, exprimé en kg par l'accélération de pesanteur (exprimée en m/s$^2$). Sur Terre, cette accélération de pesanteur vaut environ 9,81 m/s$^2$ alors que sur la Lune, elle est d'environ 1,6 m/s$^2$. Ainsi, un corps ayant une masse de 100 kg a un poids de 98,1 Newtons sur Terre mais de 16 Newtons sur la Lune.

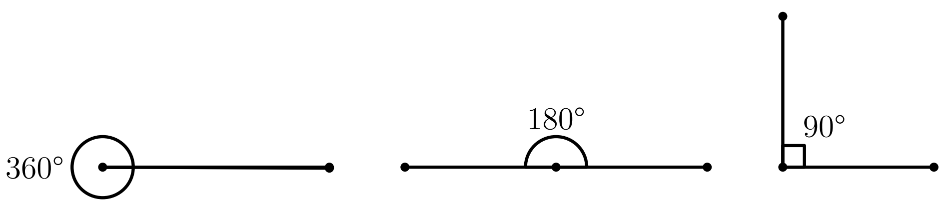
**Exemple 13.** Un corps a un pesanteur de 8 Newtons sur la Lune. Quelle est la masse de ce corps et quel est son poids sur Terre ?

## 4) Unités d'angle

Un **angle** est une grandeur associé aux surfaces particulières formées par deux demi-droites ayant même origine et appelées des secteurs angulaires. Un angle traduit la notion intuitive d'ouverture entre les deux demi-droites. On remarquera qu'un secteur angulaire permet en fait de définir deux angles en général différents et, sur une figure, on code l'angle voulu à l'aide d'un (ou plusieurs) arc(s) de cercle.



L'unité de mesure des angles utilisée à l'école primaire et au collège est le **degré** dont l'abréviation est °. Par définition, un angle nul mesure 0° et un angle plein mesure 360°. Les autres angles se mesurent par proportionnalité. Ainsi, un angle plat qui représente la moitié d'un angle plein mesure 180° car $\frac{360}{2} = 180$ et un angle droit qui représente la quatre d'un angle plein mesure 90° car $\frac{360}{4} = 90$.



Les sous-multiples du degré se comptent en base 60. Ainsi, la minute dont l'abréviation est $'$ représente $\frac{1}{60}$ de degré et la seconde dont l'abréviation est $''$ représente $\frac{1}{60}$ de minute c'est-à-dire $\frac{1}{3600}$ de degré.

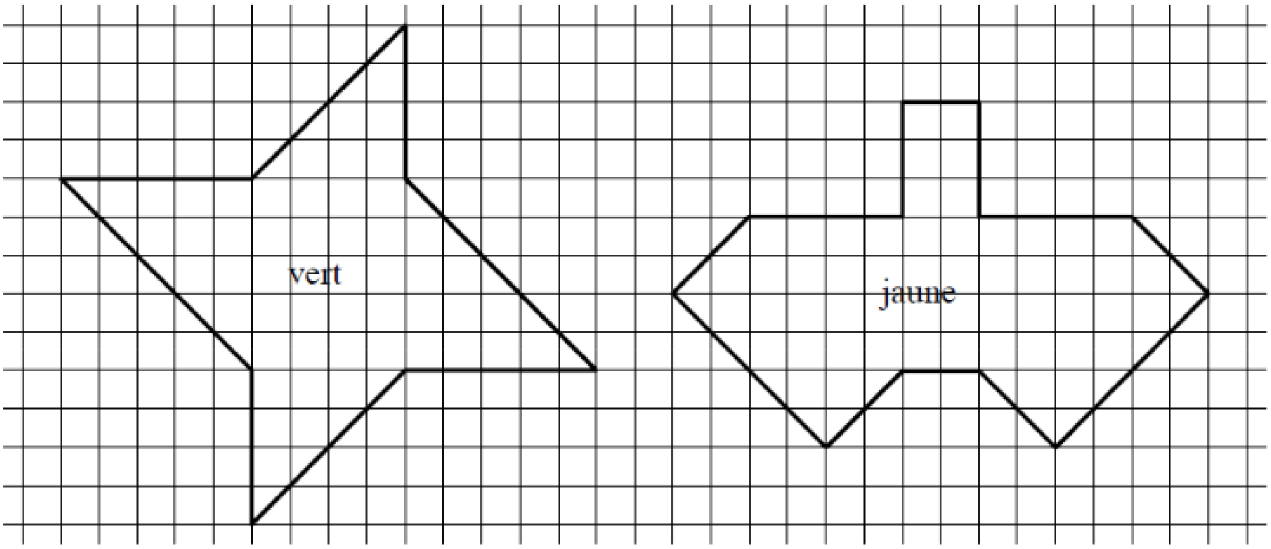
**Exemple 14.**

1. Convertir en degrés, minutes et secondes un angle de 56,34°.
2. Convertir en degrés seulement un angle de $134°35'24''$.

# V. — Exercices

## 1) Comparaison de grandeurs

**Exercice 1.** Pour décorer leur salle de classe à l'occasion de l'automne, des enfants fabriquent des feuilles découpées dans du carton vert ou du carton jaune selon les modèles ci-dessous.

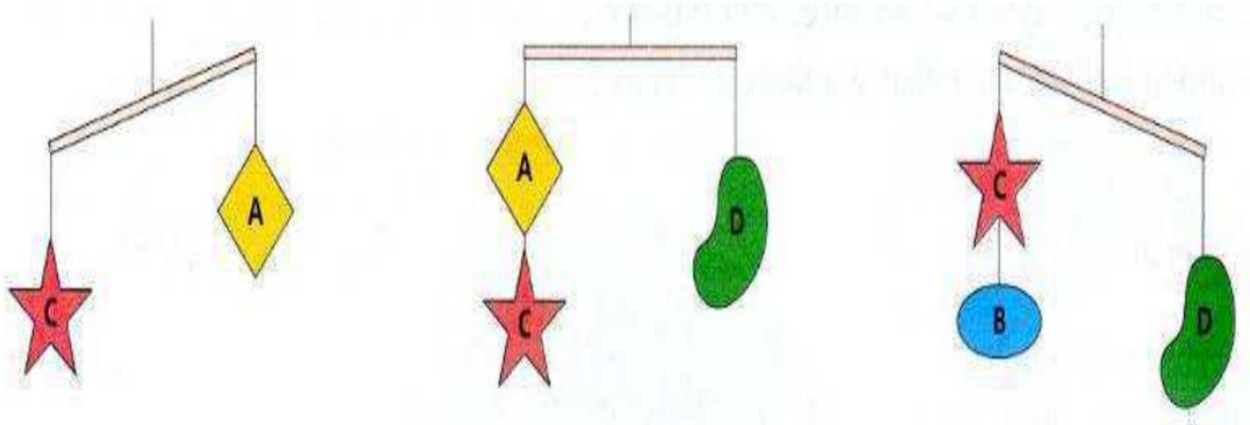



Sans calculer d'aire, déterminer quel type de feuille nécessite la plus grande quantité de carton ?

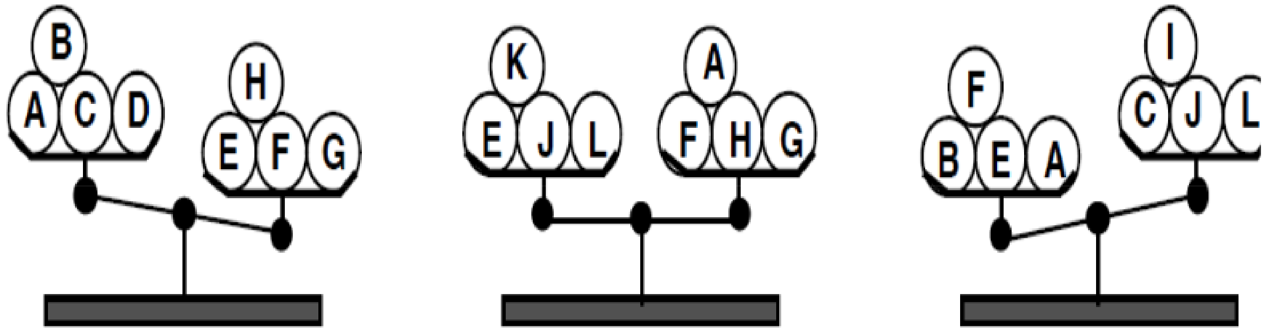
**Exercice 2.** On veut comparer les volumes de deux objets aux formes complexes (par exemple, des crânes d'animaux) pour lesquelles on ne dispose pas de formules permettant de les calculer.

Comment faire ?

**Exercice 3.** À l'aide de la figure suivante, ordonner les objets A, B, C et D du plus léger au plus lourd.



**Exercice 4.** On dispose de 12 boules A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K et L qui ont toutes la même masse sauf une. On a effectué les trois comparaisons suivantes :




Déterminer la boule qui n'a pas la même masse que les autres. Est-elle plus légère ou plus lourde ?

**Exercice 5.**

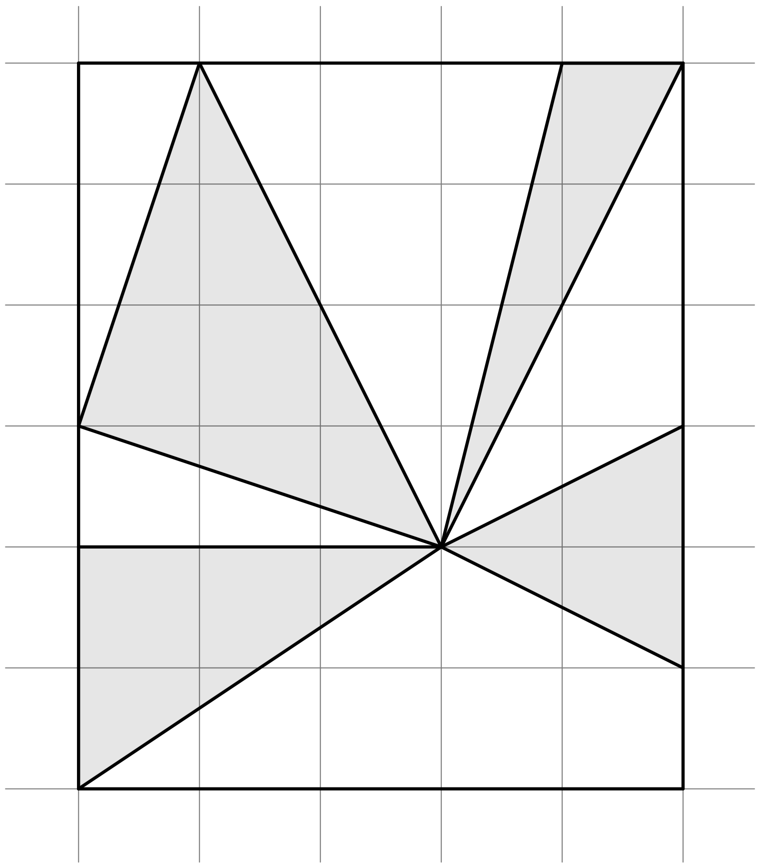
1. On dispose de neuf pièces d'or identiques (forme, masse, valeur, ...) mais parmi ces neuf pièces, il y en a une qui est « fausse » : elle est moins lourde que les huit autres (mais pas suffisamment pour qu'on puisse le détecter en la soupesant).

   On dispose simplement d'une balance Roberval et d'aucune masse marquée.

   Montrer qu'en trois pesées maximum on est certain de trouver la fausse pièce.

2. Reprendre le problème précédent en supposant cette fois-ci qu'il y a 10 pièces au total et toujours une pièce fausse parmi les 10.

**Exercice 6.** Sans calculer d'aires, déterminer la fraction du grand rectangle que représente l'aire grisée.



## 2) Mesures de longueurs, d'aires et de volumes

**Exercice 7.** Voici quelques relations entre différentes mesures de longueurs utilisées en France au XVIIIe siècle :

- 13 toises de Paris = 8 trabucs de Nice
- 29 mètres = 9 trabucs de Nice
- 4 toises de Paris = 33 cannes de Marseille

Déterminer la valeur en mètre de chacune des unités précédentes (toise de Paris, trabuc de Nice, canne de Marseille). On donnera des valeurs arrondies au millième.

**Exercice 8.** Hormis le mètre carré (et ses multiples et sous-multiples), il existe d'autres unités d'aire comme l'are qui représente 100 m$^2$ et dont le symbole est a.

**1.** Sachant que le bois de Vincennes a une superficie de 995 ha et est planté de 146000, déterminer sa densité c'est-à-dire le nombre d'arbres par m$^2$.

**2.** Les dimensions d'un terrain de football pour les matches internationaux sont comprises entre 100 m et 110 m pour la longueur et entre 64 m et 75 m pour la largeur.
Donner un encadrement de l'aire d'un tel terrain exprimée en ha.

**Exercice 9** (d'après CRPE 1996)**.** Avant que n'entre en vigueur le système métrique, les capacités étaient mesurées avec des unités qui variaient selon les régions et aussi selon les matériaux considérés. Ainsi pour les liquides, le muid de Paris correspondait à 268,2 litres, tandis que le muid de Lunel utilisé dans le Languedoc correspondait à 700 litres.

**1.** Un vigneron languedocien qui voulait vendre 5 muids (de Lunel) de vin à Paris devait exprimer cette quantité en muids de Paris. Donner alors la valeur décimale arrondie au centième de la mesure en muids de Paris des 5 muids de Lunel.

**2.** Le muid avait des multiples et des sous-multiples : le setier et la pinte. Un setier valait 8 pintes et un muid valait 36 setiers. Calculer en muids, setiers et pintes de Paris la capacité d'un réservoir de forme parallélépipédique dont les dimensions, en centimètres, sont 50 pour la hauteur, 350 pour la largeur et 391,87 pour la longueur.

**Exercice 10.** Un robinet mal fermé laisse tomber une goutte d'eau toutes les deux secondes. Si on considère que 15 gouttes représentent une capacité de 1 cL, quelle est, en cL, la capacité d'eau « gaspillée » en une minute ?

**Exercice 11.** On met des livres identiques de dimensions 20 cm × 10 cm × 1 cm dans une boite de dimensions 44 cm × 21 cm × 11 cm. On souhaite connaître le nombre maximum de livres qu'il est possible de disposer dans cette boîte.

**1.** Calculer, en cm$^3$, le volume de la boîte et le volume d'un livre.

**2.** En déduire un nombre théorique $N$ de livres que l'on ne pourra pas dépasser.

**3.** Peut-on placer ces $N$ livres dans la boîte ? Justifier la réponse.

**4.** Conclure.

**5.** Exprimer en pourcentage le volume de la boite non utilisé. On donnera une valeur arrondie au pourcent près.

**Exercice 12.** On s'intéresse à la fabrication d'emballages pour des liquides sous forme de briques. On néglige l'épaisseur de la matière utilisée pour ces emballages.

**1.** Une des faces rectangulaires d'une brique de 1 litre de lait a pour dimensions 19 cm et 9,4 cm. Calculer, en cm, la troisième dimension de la brique et en donner une valeur approchée par excès au millimètre près.

2. a. La hauteur d'une brique à base carrée de 1 litre de jus d'orange mesure 20 cm. Calculer, en cm, la longueur du côté du carré. En donner une valeur approchée par excès au millimètre près.

   b. On souhaite modifier la hauteur de la brique précédente de telle sorte qu'elle contienne 20% de jus d'orange en plus tout en gardant la même base carrée. Déterminer, en cm, la nouvelle hauteur.

3. On considère les briques de volume 1 $dm^3$ dont les mesures en centimètre des arêtes sont des entiers supérieurs à 3.

   Déterminer, en justifiant sa réponse, toutes les possibilités.

**Exercice 13.** Des petites briques de jus d'orange d'une contenance de 20cL ont la forme de pavés droits dont la base a pour dimensions 4 cm et 6 cm.

1. Calculer la hauteur $h$ d'une de ces briques. On donnera une valeur arrondie de $h$ à 1 mm près par excès.
2. Un magasin propose ces briques au prix de 2,89 € le lot de six.

   Calculer le prix d'un litre de jus d'orange, arrondi au centime.
3. Lors d'une opération promotionnelle, le magasin propose deux options :
   - option A : une remise de 30% sur le prix d'un lot ;
   - option B : le prix du lot reste inchangé mais avec deux briques « gratuites » en plus.

   Quelle option donne le prix au litre le moins élevé ? Justifier la réponse.

## 3) Mesures de temps

**Exercice 14** (D'après CRPE – 2004 – Groupement 4)**.**

1. Convertir les durées suivantes en secondes :
   a. deux tiers d'heure ;
   b. 1,2 heure.
2. Convertir en heures les durées suivantes :
   a. 10 h 35 min 18 s ;
   b. 32 min 7 s.
3. Convertir les durées suivantes en heures, minutes et secondes :
   a. 5532 secondes ;
   b. 1,87 heure ;
   c. 8,25 heures.

**Exercice 15** (D'après CRPE – 2004 – Groupement 4)**.** On considère une montre à aiguilles. On rappelle que la petite aiguille indique les heures et fait le tour du cadran en 12 heures et la grande aiguille indique les minutes et fait le tour du cadran en 1 heure.

1. Quelle durée faut-il à la grande aiguille pour parcourir un angle de 54° ?
2. Depuis midi, la petit aiguille a parcouru un angle de 68°. Quelle heure est-il ?

**Exercice 16** (D'après CRPE – 2004 – Groupement 4)**.** Un voyageur part de Paris à 23h00 pour Rio de Janeiro. Son avion se pose à Houston à 03h00 (heure locale) pour une escale d'une heure. Le vol entre Houston et Rio de Janeiro dure 10 heures. Houston est à l'ouest de Paris et il y a 7 heures de décalage horaire entre ces deux villes. Rio de Janeiro est à l'est de Houston et il y a 3 heures de décalage horaire entre ces deux villes.

**1.** Quelle est la durée du voyage entre Paris et Houston ?

**2.** À quelle heure (heure locale) le voyageur arrive-t-il à Rio de Janeiro ?

**Exercice 17.** La table traçante automatisée d'un architecte réalise un tracé rectiligne de 10 centimètres de longueur en 2,8 secondes, quelle que soit la direction.

Dans les quatre premières questions, on négligera le temps nécessaire à un changement de direction.

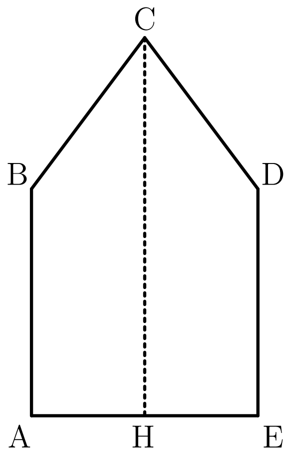
**1.** Quelle est la durée nécessaire à l'impression d'un segment de droite de 28 centimètres de longueur ?

**2.** Quelle est la longueur d'un segment de droite imprimé en 3,5 secondes ?

**3.** La durée d'impression des quatre côtés d'un rectangle est 6,3 secondes. Quelles peuvent être les dimensions de ce rectangle ? Proposer deux réponses possibles. Justifier.

**4.** Calculer la durée nécessaire à l'impression d'un carré dont la diagonale a pour longueur 6 centimètres. On donnera une valeur approchée au dixième de seconde près.

**5.** En réalité, le temps nécessaire à un changement de direction est d'un dixième de seconde. Calculer la durée nécessaire à la réalisation du tracé de la figure suivante ABCDEA sachant que AB = AE = DE = 6 cm, CH = 10 cm, H est le milieu de [AE] et (AB), (CH) et (ED) sont perpendiculaires à (AE).




**Exercice 18.** Sachant qu'un jour dure 24 h et qu'il est midi pile, quelle heure sera-t-il dans 411,2 h ?

## 4) Mesures de masses

Hormis le kg (et ses multiples et sous-multiples), il existe d'autres mesures de masse comme le quintal qui représente 100 kg et la tonne qui représente 1000 kg.

**Exercice 19.** Les affirmations suivantes sont-elles vraie ou fausses ?

**1.** Un million de milligrammes représente 1 kilogramme.

**2.** Un décagramme représente 10 décigrammes.

**3.** Un décagramme représente 100 décigrammes.

**4.** Une tonne représente 10 quintaux.

**5.** Un quintal représente 0,1 tonne.

**6.** Un décigramme représente 10 milligrammes.

**7.** Un milligramme représente 0,1 décigramme.

**Exercice 20.** Un camion peut emporter 6 tonnes de marchandises. Son chargement comprend 40 caisses de 52,5 kg chacune, 32 caisses de 25 kg et 10 caisses de 99 kg.

Quelle masse, en quintal, peut-on encore charger dans ce camion ?

**Exercice 21.** Un jardinier a récolté deux quintaux trois quarts de pommes. Il vend un quintal un quart à un voisin, $\frac{7}{10}$ de quintal sur le marché du village et $\frac{2}{5}$ de quintal à un pâtissier.

Combien de kg de pommes reste-t-il au jardinier ?

**Exercice 22.** La masse volumique d'un objet (homogène) est égale au rapport de sa masse par son volume.

Voici les masses volumiques de différentes essences de bois : le bois d'Azobé a une masse volumique de 0,86 g/cm$^3$, le bois de Pin a une masse volumique de 0,55 g/cm$^3$ et le bois de Charme a une masse volumique de 0,75 g/cm$^3$.

**1.** On appelle C un cube en bois de 5 cm d'arête ayant une masse de 107,5 g. Ce cube est-il en bois d'Azobé ou en bois de Pin ?

**2.** Indiquer comment retrouver la réponse à la question 1) en calculant d'abord la masse d'un cube de même volume en bois de Charme.

**3.** **a.** Si on triple l'arête du cube C, la masse triple-t-elle ?

   **b.** Si on augmente de 3 cm l'arête du cube C, de combien augmente la masse ?

**4.** **a.** À partir de copeaux de bois, on fabrique des plaques en aggloméré contenant 20% d'Azobé, 40% de Pin et 40% de Charme. Calculer la masse volumique en g/cm$^3$ de cet aggloméré.

   **b.** Ces plaques ont une forme rectangulaire de 1,8 m par 0,6 m, avec une épaisseur égale à 2 cm. Calculer alors la masse, en gramme, d'une telle plaque.

## 5) Mesures d'angles

**Exercice 23.**

**1.** Exprimer en degrés seulement les angles suivants :

   **a.** $120° \; 24' \; 13''$ ;

   **b.** $2645'$ ;

   **c.** $20° \; 7' \; 55''$.

**2.** Exprimer en degrés, minutes et secondes les angles suivants :

   **a.** 12,4° ;

   **b.** 345,25° ;

   **c.** 210,205°.

**Exercice 24.** Il existe une autre unité de mesure des angles appelés le radian dont le symbole est rad. Une unité de longueur étant choisie, par définition, étant donné un cercle de centre O et de rayon 1 unité, 1 radian est une mesure de l'angle $\widehat{AOB}$ où A et B sont deux points du cercle tels que l'arc $\overset{\frown}{AB}$ mesure 1 unité de longueur.

**1.** Si un angle mesure 1 rad, quelle est sa mesure en degrés ?

**2.** Quelle est la mesure en radians d'un angle plein, d'un angle plat et d'un angle droit ?

## 6) Autres unités de mesure

**Exercice 25.** Deux cyclistes font une course consistant en un aller-retour entre deux villes A et B. On appelle $d$ la distance entre ces deux villes.

Le premier cycliste fait le trajet de A à B avec une vitesse constante $v$ mais, dans la ville B, son vélo subit une avarie qui le contraint à revenir de B en A à une vitesse constante $w$ très réduite.

Quant au seconde cycliste, il part de A en même temps que le premier et il effectue les deux trajets de A à B puis de B à A avec la même vitesse constante $x$ nettement inférieure à $v$, mais la malchance de son compagnon lui permet de terminer la course en A en même temps que lui.

On suppose que, une fois arrivée dans la ville B, les deux cyclistes n'ont pas fait d'arrêt et sont repartis immédiatement vers la ville A.

1. Dans cette question, on suppose que $d = 20$ km, $v = 40$ km/h et $w = 10$ km/h.
   - **a.** Combien de temps ont duré les deux trajets aller et retour du premier cycliste ?
   - **b.** Quelle était la vitesse $x$ du second cycliste ?
2. De manière générale, exprimer $x$ en fonction de $d$, $v$ et $w$.

**Exercice 26.**

1. Exprimer en km/h une vitesse de 732 m/s.
2. Exprimer en m/s une vitesse de 133 km/h.

**Exercice 27.** Avant d'être mesurées par des puissances de 10 d'octets (ko, Mo, Go, etc), les données informatiques étaient mesurées en puissances de 2 d'octets. Pendant longtemps, un kilooctet a désigné $2^{10}$ octets, un mégaoctet a désigné $2^{20}$ octets, un gigaoctet a désigné $2^{30}$ octets et ainsi de suite. Cependant, cette tradition propre au domaine de l'informatique entrait en conflit avec les normes internationales (selon lesquelles 1 kilo correspond à $10^3$, un méga à $10^6$, etc). Ainsi, en 1988, la Commission électrotechnique internationale a normalisé les unités en introduisant des préfixes spécifiques pour les puissances de 2. Ainsi, sont apparus les termes *kilo binaire*, *méga binaire*, *giga binaire*, *téra binaire* et *péta binaire* abrégé en kibi, mébi, gibi, tébi et pébi. On a alors le tableau suivant :

| unité | kibioctet (Kio) | mébioctet (Mio) | gibioctet (Gio) | tébioctet (Tio) | pébioctet (Pio) |
|---|---|---|---|---|---|
| en octets | $2^{10}$ | $2^{20}$ | $2^{30}$ | $2^{40}$ | $2^{50}$ |

1. Les premières disquettes 3'½ construites par Sony avaient une capacité de 400 Kio. Déterminer la capacité en ko d'une telle disquette.
2. Un disque dur S-ATA Hitachi de fin 2005 avait une capacité de stockage de 76,688 Gio. Convertir cette capacité en Go.

**Exercice 28.** Justifier que le Newton, l'unité de mesure du poids, s'exprime à l'aide des unités de temps, de masse et de longueur.