Devoir à la maison n°1

À rendre le mardi 1er octobre 2019

Exercice 1. — On considère la suite (a_n) définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $a_n = 3^{3n+3} - 26n - 27$.

1. Calculer a_0, a_1 et a_2 et vérifier qu'ils sont tous divisibles par 169.

2. Démontrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $a_{n+1} = 27a_n + 676(n+1)$.

3. Démontrer par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, 169 divise a_n.

Exercice 2. — On considère l'équation $(E) : x^2 - 2y^2 = 1$ d'inconnue $(x, y) \in \mathbb{N}^2$.

1. **a.** Soit $n \in \mathbb{Z}$. Démontrer que n et n^2 ont la même parité.

b. Soit $(a, b) \in \mathbb{Z}^2$ une solution de (E). Montrer que a est impair et b est pair.

2. Déterminer toutes les solutions (a, b) de (E) telles que $0 \leqslant b \leqslant 15$.

3. Montrer que si (a, b) et (a', b') sont solutions de (E) alors $(aa'+2bb', ab'+a'b)$ est également solution de (E).

4. En déduire une nouvelle solution de (E).

5. (facultatif) Montrer que (E) admet une infinité de solutions dans $\mathbb{N}^2$.

Terminales S1&3 – spécialité mathématiques septembre 2019

Devoir à la maison n°1

À rendre le mardi 1er octobre 2019

Exercice 1. — On considère la suite (a_n) définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $a_n = 3^{3n+3} - 26n - 27$.

1. Calculer a_0, a_1 et a_2 et vérifier qu'ils sont tous divisibles par 169.

2. Démontrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $a_{n+1} = 27a_n + 676(n+1)$.

3. Démontrer par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, 169 divise a_n.

Exercice 2. — On considère l'équation $(E) : x^2 - 2y^2 = 1$ d'inconnue $(x, y) \in \mathbb{N}^2$.

1. **a.** Soit $n \in \mathbb{Z}$. Démontrer que n et n^2 ont la même parité.

b. Soit $(a, b) \in \mathbb{Z}^2$ une solution de (E). Montrer que a est impair et b est pair.

2. Déterminer toutes les solutions (a, b) de (E) telles que $0 \leqslant b \leqslant 15$.

3. Montrer que si (a, b) et (a', b') sont solutions de (E) alors $(aa'+2bb', ab'+a'b)$ est également solution de (E).

4. En déduire une nouvelle solution de (E).

5. (facultatif) Montrer que (E) admet une infinité de solutions dans $\mathbb{N}^2$.