

## Devoir à la maison n°1

A rendre le mercredi 30 septembre 2015

**Exercice 1.** — On considère la suite  $(u_n)$  définie, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , par  $u_n = 3^{3n+2} + 5^{4n+1} - 1$ .

1. Vérifier que les 3 premiers termes de  $(u_n)$  sont divisibles par 13.
2. Démontrer que, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_{n+1} = 27u_n + 598 \times 5^{4n+1} + 26$ .
3. Démontrer, en utilisant un raisonnement par récurrence, que, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , 13 divise  $u_n$ .

**Exercice 2.** — Le plan est muni d'un repère  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ . On note  $\mathcal{H}$  la courbe d'équation

$$\mathcal{H} : x^2 - y^2 - 2x - 4y - 8 = 0.$$

1. Montrer que  $\mathcal{H}$  admet une équation de la forme  $(x - a)^2 - (y - b)^2 = c$  où  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont trois entiers à déterminer.
2. Déterminer les points appartenant à  $\mathcal{H}$  qui ont leurs deux coordonnées entières.

**Exercice 3. (facultatif)** — Résoudre dans  $\mathbb{N}^2$  l'équation  $2^m + 1 = n^3$  d'inconnue  $(m; n)$ .

## Devoir à la maison n°1

A rendre le mercredi 30 septembre 2015

**Exercice 1.** — On considère la suite  $(u_n)$  définie, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , par  $u_n = 3^{3n+2} + 5^{4n+1} - 1$ .

1. Vérifier que les 3 premiers termes de  $(u_n)$  sont divisibles par 13.
2. Démontrer que, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_{n+1} = 27u_n + 598 \times 5^{4n+1} + 26$ .
3. Démontrer, en utilisant un raisonnement par récurrence, que, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , 13 divise  $u_n$ .

**Exercice 2.** — Le plan est muni d'un repère  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ . On note  $\mathcal{H}$  la courbe d'équation

$$\mathcal{H} : x^2 - y^2 - 2x - 4y - 8 = 0.$$

1. Montrer que  $\mathcal{H}$  admet une équation de la forme  $(x - a)^2 - (y - b)^2 = c$  où  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont trois entiers à déterminer.
2. Déterminer les points appartenant à  $\mathcal{H}$  qui ont leurs deux coordonnées entières.

**Exercice 3. (facultatif)** — Résoudre dans  $\mathbb{N}^2$  l'équation  $2^m + 1 = n^3$  d'inconnue  $(m; n)$ .