

Rappels sur les équations de droites et de cercles

Dans toute la suite, le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1 Equations de droites

1.1 Equations cartésiennes

Propriété 1. — Toute droite Δ du plan admet une équation de la forme $ax + by = c$ où a , b et c sont des réels tels que $(a; b) \neq (0; 0)$. De plus, le vecteur $\vec{v}(-b; a)$ est un vecteur directeur de Δ et le vecteur $\vec{n}(a; b)$ est un vecteur normal à Δ .

Une telle équation est appelée une équation cartésienne de Δ .

Exercice 2. — Soit les points $A(-2; 3)$, $B(1; 2)$ et $C(3; -2)$.

1. Déterminer une équation cartésienne de (AB) .
2. Déterminer une équation cartésienne de la droite D_1 perpendiculaire à (AB) et passant par C .
3. Déterminer une équation cartésienne de la droite D_2 parallèle à (AB) et passant par C .

1.2 Equations réduites

Propriété 3. — Toute droite Δ du plan admet une unique équation, appelée l'équation réduite de Δ , qui est

- soit de la forme $y = mx + p$ où m et p sont des réels. Dans ce cas, Δ coupe l'axe des ordonnées au point de coordonnées $(0; p)$. Le nombre m est appelé le coefficient directeur de Δ et le nombre p son ordonnée à l'origine.
- soit de la forme $x = k$ où k est un réel. Dans ce cas, Δ est parallèle à l'axe des ordonnées.

Exercice 4. — On reprend les points de l'exercice 1.

1. Déterminer l'équation réduite de la droite (BC) .
2. Déterminer l'équation réduite de la parallèle à (BC) passant par A .

Exercice 5. — Dans chaque cas, déterminer l'équation réduite de la droite Δ donnée par son équation cartésienne.

$$a) \Delta : 3x + 2y = 1 \quad b) \Delta : 5y + 3 = 0 \quad c) \Delta : 3x = 2.$$

2 Equations de cercles

Propriété 6.

1. Tout cercle $\mathcal{C}$ de centre $\Omega(a; b)$ et de rayon R admet une unique équation, appelée équation réduite, de la forme $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$.
2. Une équation de la forme $x^2 + y^2 + ux + vy + w = 0$ où u , v et w sont des réels est l'équation d'un ensemble de points qui est soit vide soit un point soit un cercle.

Exercice 7. — Dans chaque cas suivant, déterminer l'ensemble $\mathcal{E}$ des points $M(x; y)$ vérifiant l'équation donnée.

$$a) \mathcal{E} : x^2 + y^2 + 2x + 4y - 4 = 0 \quad b) \mathcal{E} : x^2 + y^2 + x - y + 1 = 0 \quad c) \mathcal{E} : x^2 + y^2 - 4x + 6y + 13 = 0.$$

Exercice 8. — Déterminer l'ensemble $\mathcal{E}$ des points $M(x; y)$ du plan tels que $x^3 + xy^2 + 4x^2 + xy - 5x = 0$.