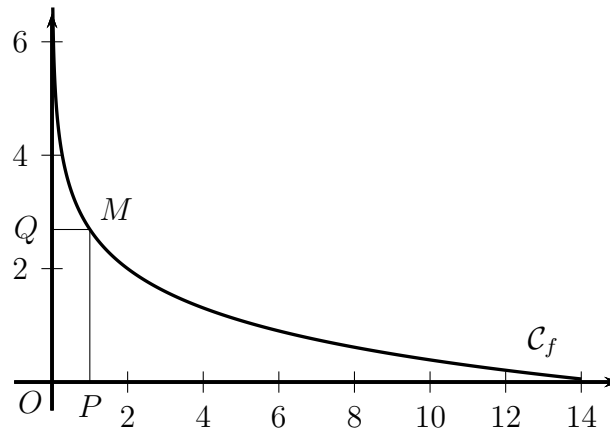


Problèmes d'aires

Exercice 1. — Soit f la fonction définie sur $]0 ; 14]$ par $f(x) = 2 - \ln\left(\frac{x}{2}\right)$.

La courbe représentative $\mathcal{C}_f$ de la fonction f est donnée dans le repère orthogonal d'origine O ci-dessous.



À tout point M appartenant à $\mathcal{C}_f$ on associe le point P projeté orthogonal de M sur l'axe des abscisses, et le point Q projeté orthogonal de M sur l'axe des ordonnées.

1. L'aire du rectangle $OPMQ$ est-elle constante quelle que soit la position du point M sur $\mathcal{C}_f$?
2. L'aire du rectangle $OPMQ$ peut-elle être maximale ?

Si oui, préciser les coordonnées du point M correspondant.

Exercice 2. — On considère la fonction $f : x \mapsto e^{-2x+1}$ définie sur $[0 ; 1]$. On note $\mathcal{C}_f$ la courbe de f dans un repère orthogonal et $\mathcal{D}$ la partie du plan délimitée par l'axe des abscisses, la courbe $\mathcal{C}_f$ et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$. Si a et b sont deux réels strictement positifs, on note V_a la droite d'équation $x = a$ et H_b la droite d'équation $y = b$.

1. **a.** Justifier que f est continue et positive sur $[0 ; 1]$.
b. Étudier les variations de f sur $[0 ; 1]$ puis dresser son tableau de variation.
2. Déterminer la valeur exacte de l'unique réel a tel que la droite V_a sépare $\mathcal{D}$ en deux parties de même aire.
3. Existe-t-il un réel b tel que la droite H_b sépare $\mathcal{D}$ en deux parties de même aire ? Si oui, en donner la valeur exacte ou une valeur approchée à 10^{-3} près.