

Loi binomiale

Exercice 1. — Une enquête a été réalisée auprès des élèves d'un lycée afin de connaître leur point de vue sur la durée de la pause du midi ainsi que sur les rythmes scolaires.

L'enquête révèle que 55% des élèves sont favorables à une pause plus longue le midi et parmi ceux qui souhaitent une pause plus longue, 95% sont pour une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

Parmi ceux qui ne veulent pas de pause plus longue le midi, seulement 10% sont pour une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

On choisit un élève au hasard dans le lycée. On considère les événements suivants :

- L : l'élève choisi est favorable à une pause plus longue le midi ;
- C : l'élève choisi souhaite une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

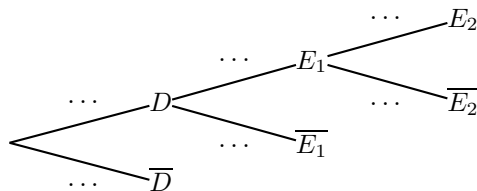
1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2. Calculer $P(L \cap C)$ la probabilité de l'évènement $L \cap C$.
3. Montrer que $P(C) = 0,5675$.
4. Calculer $P_C(L)$, la probabilité de l'évènement L sachant l'évènement C réalisé. En donner une valeur arrondie à 10^{-4} .
5. On interroge successivement quatre élèves pris au hasard parmi les élèves de l'établissement. On admet que le nombre d'élèves du lycée est suffisamment grand pour assimiler ses choix à des tirages avec remise. On note X la variable aléatoire qui donne le nombre d'élèves favorables à une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.
 - a. Démontre que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
 - b. Calculer la probabilité qu'aucun des quatre élèves interrogés ne soit favorable à une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire. En donner une valeur arrondie à 10^{-4} .
 - c. Calculer la probabilité qu'exactement deux élèves soient favorables à une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.
 - d. Calculer la probabilité qu'au plus deux élèves soient favorables à une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

Exercice 2. — Pour embaucher ses cadres une entreprise fait appel à un cabinet de recrutement. La procédure retenue est la suivante. Le cabinet effectue une première sélection de candidats sur dossier. 40% des dossiers reçus sont validés et transmis à l'entreprise. Les candidats ainsi sélectionnés passent un premier entretien à l'issue duquel 70% d'entre eux sont retenus. Ces derniers sont convoqués à un ultime entretien avec le directeur des ressources humaines qui recrutera 25% des candidats rencontrés.

1. On choisit au hasard le dossier d'un candidat.

On considère les événements suivants :

 - D : « Le candidat est retenu sur dossier »,
 - E_1 : « Le candidat est retenu à l'issue du premier entretien »,
 - E_2 : « Le candidat est recruté ».
 - a. Reproduire et compléter l'arbre pondéré ci-dessous.



- b. Calculer la probabilité de l'évènement E_1 .
 - c. On note F l'évènement « Le candidat n'est pas recruté ».

Démontrer que la probabilité de l'évènement F est égale à 0,93.
2. Cinq amis postulent à un emploi de cadre dans cette entreprise. Les études de leur dossier sont faites indépendamment les unes des autres. On admet que la probabilité que chacun d'eux soit recruté est égale à 0,07.

On désigne par X la variable aléatoire donnant le nombre de personnes recrutées parmi ces cinq candidats.

 - a. Justifier que X suit une loi binomiale et préciser les paramètres de cette loi.
 - b. Calculer la probabilité que deux exactement des cinq amis soient recrutés. On arrondira à 10^{-3} .
 - c. Quelle est la probabilité qu'au moins un des cinq amis soit recruté ? On arrondira à 10^{-3} .