

Etude des variations d'une suite

Exercice 1. — Dans chaque cas, étudier les variations de la suite (u_n) définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$ par :

$$a) u_n = \frac{3}{n^2} \quad b) u_n = \sqrt{3n+1} \quad c) u_n = \frac{2n-1}{n+4} \quad d) u_n = 2^n \quad e) u_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^n.$$

Exercice 2. — Dans chaque cas, étudier les variations de la suite (u_n) .

$$a) \begin{cases} u_0 = 1 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = u_n - 3 \end{cases} ; \quad b) \begin{cases} u_0 = 1 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = -3u_n \end{cases} ; \quad c) \begin{cases} u_0 = -3 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 2u_n \end{cases} ;$$

$$d) \begin{cases} u_0 = 2 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = u_n(1 - u_n) \end{cases} ; \quad e) \begin{cases} u_0 = 1 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 4u_n - 7 \end{cases}.$$

Exercice 3. — Pour tout entier naturel n non nul, on note $n!$ (ce qui se lit *factorielle* n) le produit des n premiers entiers non nuls i.e. $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$. Par exemple, $1! = 1$, $2! = 1 \times 2 = 2$, $3! = 1 \times 2 \times 3 = 6$...

1. Etudier les variations de la suite (u_n) définie, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, par $u_n = n!$.
2. Etudier les variations de la suite (v_n) définie, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, par $v_n = \frac{n^2}{n!}$.
3. Etudier les variations de la suite (w_n) définie, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, par $w_n = \frac{n^n}{n!}$.

Exercice 4. — Dans chaque cas, étudier les variations de la suite (u_n) .

$$a) \forall n \in \mathbb{N}^*, u_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} ; \quad b) \forall n \in \mathbb{N}, v_n = \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k}{k+1} ; \quad c) \forall n \in \mathbb{N}^*, w_n = \sum_{k=n}^{2n} \frac{1}{k}.$$

Etude des variations d'une suite

Exercice 1. — Dans chaque cas, étudier les variations de la suite (u_n) définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$ par :

$$a) u_n = \frac{3}{n^2} \quad b) u_n = \sqrt{3n+1} \quad c) u_n = \frac{2n-1}{n+4} \quad d) u_n = 2^n \quad e) u_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^n.$$

Exercice 2. — Dans chaque cas, étudier les variations de la suite (u_n) .

$$a) \begin{cases} u_0 = 1 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = u_n - 3 \end{cases} ; \quad b) \begin{cases} u_0 = 1 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = -3u_n \end{cases} ; \quad c) \begin{cases} u_0 = -3 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 2u_n \end{cases} ;$$

$$d) \begin{cases} u_0 = 2 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = u_n(1 - u_n) \end{cases} ; \quad e) \begin{cases} u_0 = 1 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 4u_n - 7 \end{cases}.$$

Exercice 3. — Pour tout entier naturel n non nul, on note $n!$ (ce qui se lit *factorielle* n) le produit des n premiers entiers non nuls i.e. $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$. Par exemple, $1! = 1$, $2! = 1 \times 2 = 2$, $3! = 1 \times 2 \times 3 = 6$...

1. Etudier les variations de la suite (u_n) définie, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, par $u_n = n!$.
2. Etudier les variations de la suite (v_n) définie, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, par $v_n = \frac{n^2}{n!}$.
3. Etudier les variations de la suite (w_n) définie, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, par $w_n = \frac{n^n}{n!}$.

Exercice 4. — Dans chaque cas, étudier les variations de la suite (u_n) .

$$a) \forall n \in \mathbb{N}^*, u_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} ; \quad b) \forall n \in \mathbb{N}, v_n = \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k}{k+1} ; \quad c) \forall n \in \mathbb{N}^*, w_n = \sum_{k=n}^{2n} \frac{1}{k}.$$