

Exercices sur les primitives

On rappelle que, pour tout réel $x \in \left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[$, $\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$.

Exercice 1. — Prouver que la fonction F est une primitive de la fonction f sur l'intervalle I .

1. $f : x \mapsto \tan^2(x)$ et $F : x \mapsto \tan(x) - x$ avec $I = \left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[$.
2. $f : x \mapsto \cos(x) - x \sin(x)$ et $F : x \mapsto x \cos(x)$ avec $I = \mathbb{R}$.
3. $f : x \mapsto \frac{2(x^4 - 1)}{x^3}$ et $F : x \mapsto \left(x + \frac{1}{x}\right)^2$ avec $I =]0; +\infty[$.
4. $f : x \mapsto \frac{2x - 1}{x^2(x - 1)^2}$ et $F : x \mapsto \frac{-1}{x(x - 1)}$ avec $I =]0; 1[$.

Exercice 2. — Dans chacun des cas suivants, dire si F et G sont deux primitives sur I d'une même fonction.

1. $F : x \mapsto \frac{x^2 + 3x - 1}{x - 1}$ et $G : x \mapsto \frac{x^2 + 7x - 5}{x - 1}$ avec $I =]1; +\infty[$.
2. $F : x \mapsto \tan^2(x)$ et $G : x \mapsto \frac{1}{\cos^2(x)}$ avec $I = \left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[$.

Exercice 3. — Déterminer une primitive F de f sur l'intervalle I .

1. $f : x \mapsto x^4 - 4x^3 + x^2 - 4x + 3$ avec $I = \mathbb{R}$.
2. $f : x \mapsto \frac{x^2 - 2x + 1}{3}$ avec $I = \mathbb{R}$.
3. $f : x \mapsto 1 - \frac{1}{x^2}$ avec $I =]0; +\infty[$.

Exercice 4. — Déterminer une primitive F de f sur l'intervalle I .

1. $f : x \mapsto \frac{2}{x^3}$ avec $I =]0; +\infty[$.
2. $f : x \mapsto -\frac{3}{x^2}$ avec $I =]-\infty; 0[$.
3. $f : x \mapsto -\frac{1}{x^3} + \frac{4}{x^2} - 1$ avec $I =]0; +\infty[$.

Exercice 5. — Déterminer une primitive F de f sur l'intervalle I .

1. $f : x \mapsto \frac{1}{3\sqrt{x}} + \frac{4}{3x^2} - \sqrt{2}$ avec $I =]0; +\infty[$.
2. $f : x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ avec $I =]1; +\infty[$.
3. $f : x \mapsto \frac{2}{\sqrt{1-x}} - 1$ avec $I =]-\infty; 1[$.

Exercice 6. — Déterminer une primitive F de f sur l'intervalle I .

1. $f : x \mapsto (x + 2)^3$ avec $I = \mathbb{R}$.
2. $f : x \mapsto \frac{(x - 1)^5}{3}$ avec $I = \mathbb{R}$.
3. $f : x \mapsto (2x - 1)^3$ avec $I = \mathbb{R}$.
4. $f : x \mapsto 2(3x - 1)^5$ avec $I = \mathbb{R}$.

Exercice 7. — Déterminer une primitive F de f sur l'intervalle I .

1. $f : x \mapsto \frac{2x - 1}{(x^2 - x + 3)}$ avec $I = \mathbb{R}$.
2. $f : x \mapsto \frac{x - 1}{(x^2 - 2x - 3)^2}$ avec $I =]-1; 3[$.
3. $f : x \mapsto \frac{4x^2}{(x^3 + 8)^3}$ avec $I =]-2; +\infty[$.

Exercice 8. — Déterminer une primitive F de f sur l'intervalle I .

1. $f : x \mapsto \cos(3x) + \sin(2x)$ avec $I = \mathbb{R}$.
2. $f : x \mapsto 3 \cos(x) - 2 \sin(2x) + 1$ avec $I = \mathbb{R}$.
3. $f : x \mapsto \sin\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right)$ avec $I = \mathbb{R}$.