

Cours de la séance du vendredi 20 mars 2020

- Le théorème 38 est admis.

Exemple 39

Première méthode (sans coordonnées)

Les carrés ABFE, BCGF et EFGH sont isométriques (i.e. ils ont les mêmes mesures) donc leurs diagonales sont de même longueur. Ainsi, $EB = BG = GE$ donc EBG est équilatéral.

Seconde méthode (avec coordonnées)

On prend comme unité de longueur le côté du cube et on se place dans le repère orthonormé $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$. Alors, $E(0; 0; 1)$, $B(1; 0; 0)$ et $G(1; 1; 1)$. Ainsi,

$$EB = \sqrt{(1-0)^2 + (0-0)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{2}$$

$$BG = \sqrt{(1-1)^2 + (1-0)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{2}$$

$$EG = \sqrt{(1-0)^2 + (1-0)^2 + (1-1)^2} = \sqrt{2}$$

donc $EB = BG = EG$ et ainsi EBG est équilatéral.

Exemple 40 Calculons les trois longueurs AB, AC et BC :

$$AB = \sqrt{(6-3)^2 + (6-2)^2 + (3-3)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$AC = \sqrt{(2-3)^2 + (9-2)^2 + (3-3)^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$BC = \sqrt{(2-6)^2 + (9-6)^2 + (3-3)^2} = \sqrt{25} = 5$$

Ainsi, $AB = BC$ donc ABC est isocèle en B. De plus, $AB^2 + BC^2 = 25 + 25 = 50 = AC^2$ donc, par la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B.

On conclut donc que ABC est isocèle rectangle en B.