

Corrigés des exercices donnés pour le mardi 26 mai 2020

Exercice 12 p. 274. Comme $\vec{u} \cdot \vec{v} = (-1) \times 4 + 2 \times 2 + 3 \times 0 = -4 + 4 + 0 = 0$, les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux.

Exercice 16 p. 274. On a $\overrightarrow{AB}(-7; -1; 1)$ et $\overrightarrow{AC}(-7; 2; -5)$ donc $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = (-7) \times (-7) + (-1) \times 2 + 1 \times (-5) = 42 \neq 0$ donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas orthogonaux et ainsi (AB) et (AC) ne sont pas orthogonales.

Exercice 21 p. 274. Un vecteur non nul est normal à $\mathcal{P}$ si et seulement s'il est colinéaire à $\vec{n}$. Or, $\vec{n}_1 = -\frac{5}{2}\vec{n}$ et $\vec{n}_3 = \frac{3}{2}\vec{n}$ donc $\vec{n}_1$ et $\vec{n}_3$ sont normaux à $\mathcal{P}$. En revanche, $x_{\vec{n}} \times y_{\vec{n}_2} = 10 \neq 8 = x_{\vec{n}_2} \times y_{\vec{n}}$ donc $\vec{n}_2$ n'est pas colinéaire à $\vec{n}$ donc $\vec{n}_2$ n'est pas normal à $\mathcal{P}$.

Exercice 22 p. 274

1. $\vec{u} \cdot \vec{n} = 2 \times 13 + 3 \times 2 + (-8) \times 4 = 26 + 6 - 32 = 0$ et $\vec{v} \cdot \vec{n} = 0 \times 13 + 4 \times 2 + (-8) \times 1 = 0 + 8 - 8 = 0$.
2. On en déduit que $\vec{n}$ est orthogonal à $\vec{u}$ et $\vec{v}$. Or, $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs directeurs du plan $\mathcal{P}$ donc, par propriété, $\vec{n}$ est normal à $\mathcal{P}$.

Exercice 25 p. 274. On ne peut pas en déduire que $\vec{n}$ est normal à $\mathcal{P}$. En effet, considérons un triangle rectangle ABC dans le plan $\mathcal{P}$ et posons $\vec{n} = \overrightarrow{AC}$. Alors, $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$ puisque $(AB) \perp (AC)$. Or, $\overrightarrow{AC}$ est un vecteur non nul du plan $\mathcal{P}$ donc $\overrightarrow{AC}$ n'est pas normal à $\mathcal{P}$ (car sinon $\overrightarrow{AC}$ serait normal à lui-même et donc $AC^2 = \overrightarrow{AC}^2 = 0$ i.e. $\overrightarrow{AC} = \vec{0}$).

Exercice 42 p. 275 Comme $\vec{n} \cdot \vec{u} = (-1) \times 4 + 3 \times 2 + 7 \times (-1) = -5 \neq 0$, $\vec{u}$ n'est pas orthogonal à $\vec{n}$ donc (d) n'est pas parallèle à $\mathcal{P}$: elle lui est donc sécante.

Exercice 43 p. 276

1. On a $\vec{u} \cdot \vec{n} = 4 \times 5 + 4 \times (-4) + (-2) \times 2 = 0$.
2. Ainsi, $\vec{u}$ est orthogonal à $\vec{n}$ donc (d) est parallèle à $\mathcal{P}$. De plus, le point A appartient à (d) mais pas à $\mathcal{P}$ donc (d) est strictement parallèle à $\mathcal{P}$.

Exercice 44 p. 276. Comme $x_{\vec{n}_1} \times y_{\vec{n}_2} = 16 \neq -2 = x_{\vec{n}_2} \times y_{\vec{n}_1}$, les vecteurs $\vec{n}_1$ et $\vec{n}_2$ ne sont pas colinéaires et donc les plans $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ ne sont pas parallèles : ils sont donc sécants.

Exercice 51 p. 276

1. On a $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 1 \times 2 + 1 \times 0 + 1 \times (-2) = 0$.
2. Ainsi, les vecteurs $\vec{n}_1$ et $\vec{n}_2$ sont orthogonaux donc les plans $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ sont perpendiculaires.