

Corrigés des exercices donnés pour le mercredi 03 juin 2020

Exercice 48 p. 275. Un vecteur normal à $\mathcal{P}$ est $\vec{n}_1 = (5; 2; -4)$ et Un vecteur normal à $\mathcal{Q}$ est $\vec{n}_2 = (-10; -4; 8)$. Or, $\vec{n}_2 = -2\vec{n}_1$ donc $\vec{n}_1$ et $\vec{n}_2$ sont colinéaires et ainsi $\mathcal{P}$ et $\mathcal{Q}$ sont parallèles.

Exercice 49 p. 275. En multipliant par $-\frac{3}{2}$, $4x + 2y - 6z + 8 = 0$ est équivalente à $-6x - 3y + 9z - 12 = 0$ donc $\mathcal{P}$ et $\mathcal{Q}$ sont parallèles.

Exercice 76 p. 277

Première méthode

$$\begin{aligned} M(x; y; z) \in \mathcal{P} &\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = 0 \\ &\Leftrightarrow (x - 4) \times (-1) + (y - 5) \times 3 + (z - 7) \times 2 = 0 \\ &\Leftrightarrow -x + 4 + 3y - 15 + 2z - 14 = 0 \\ &\Leftrightarrow -x + 3y + 2z - 25 = 0 \end{aligned}$$

Ainsi, une équation cartésienne de $\mathcal{P}$ est $-x + 3y + 2z - 25 = 0$.

Seconde méthode. Comme $\vec{n}(-1; 3; 2)$, une équation cartésienne de $\mathcal{P}$ est $-x + 3y + 2z + d = 0$ avec $d \in \mathbb{R}$. De plus, $A \in \mathcal{P}$ donc $-x_A + 3y_A + 2z_A + d = 0$ i.e. $-4 + 3 \times 5 + 2 \times 7 + d = 0$ donc $25 + d = 0$ et ainsi $d = -25$. On conclut qu'une équation cartésienne de $\mathcal{P}$ est $-x + 3y + 2z - 25 = 0$.

Exercice 79 p. 277. Un vecteur normal à $\mathcal{P}$ est $\overrightarrow{AB}(-5; -1; 1)$ donc

$$\begin{aligned} M(x; y; z) \in \mathcal{P} &\Leftrightarrow \overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \\ &\Leftrightarrow (x - 0) \times (-5) + (y - 0) \times (-1) + (z - 7) \times 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow -5x - y + z - 7 = 0 \end{aligned}$$

Ainsi, une équation cartésienne de $\mathcal{P}$ est $-5x - y + z - 7 = 0$.

Exercice 82 p. 277

1. Les coordonnées de I sont $\left(\frac{1+5}{2}; \frac{2+(-4)}{2}; \frac{3+7}{2}\right)$ i.e. $I(3; -1; 5)$.
2. Le plan médiateur de $[AB]$ est le plan passant par I et de vecteur normal $\overrightarrow{AB}(4; -6; 4)$ donc

$$\begin{aligned} M(x; y; z) \in \mathcal{P} &\Leftrightarrow \overrightarrow{IM} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \\ &\Leftrightarrow (x - 3) \times 4 + (y + 1) \times (-6) + (z - 5) \times 4 = 0 \\ &\Leftrightarrow 4x - 12 - 6y + 4z - 28 = 0 \\ &\Leftrightarrow 2x - 3y + 4z - 10 = 0 \end{aligned}$$

Ainsi, une équation de $\mathcal{P}$ est $2x - 3y + 4z - 10 = 0$.

Exercice 98 p. 277.

1. Le vecteur $\vec{n}(7; 2; -1)$ est un vecteur normal à $\mathcal{P}$ et $\vec{v}(-1; 4; 1)$ est un vecteur directeur de (d_1) . Comme $\vec{n} \cdot \vec{v} = 7 \times (-1) + 2 \times 4 + (-1) \times 1 = 0$, $\vec{n}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux donc (d_1) est parallèle à $\mathcal{P}$. Ainsi, $\mathcal{P}$ et (d_1) ne sont pas sécants.

2. Le vecteur $\vec{w}(-3; 1; 2)$ est un vecteur directeur de (d_2) . Comme $\vec{n} \cdot \vec{w} = 7 \times (-3) + 2 \times 1 + (-1) \times 2 = -21 \neq 0$, $\vec{n}$ et $\vec{v}$ ne sont pas orthogonaux donc (d_2) n'est pas parallèle à $\mathcal{P}$. Ainsi, $\mathcal{P}$ et (d_1) ne sont pas sécants en un point I . Pour déterminer les coordonnées de I , on résout le système suivant :

$$\begin{aligned}
 \begin{cases} x = 15 - 3t \\ y = -9 + t \\ z = 7 + 2t \\ 7x + 2y - z + 4 = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 - 3t \\ y = -9 + t \\ z = 7 + 2t \\ 7(15 - 3t) + 2(-9 + t) - (7 + 2t) + 4 = 0 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 - 3t \\ y = -9 + t \\ z = 7 + 2t \\ 105 - 21t - 18 + 2t - 7 - 2t + 4 = 0 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 - 3t \\ y = -9 + t \\ z = 7 + 2t \\ 84 - 21t = 0 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 - 3 \times 4 \\ y = -9 + 4 \\ z = 7 + 2 \times 4 \\ t = 4 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 - 3 \times 4 \\ y = -9 + 4 \\ z = 7 + 2 \times 4 \\ t = 4 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -5 \\ z = 15 \\ t = 4 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Ainsi, les coordonnées de I sont $(3; -5; 15)$