

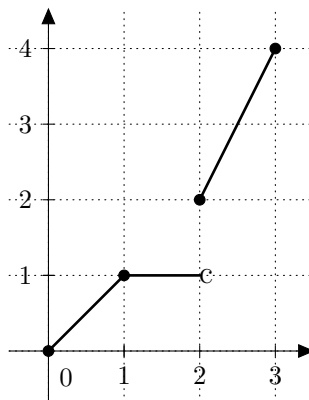
Correction de l'interrogation écrite n°9 – Sujet A

Exercice 1

- 1) Comme f est une fonction polynôme, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} -x^3$ donc $\boxed{\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty}$.
- 2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$ donc, par produit, $\boxed{\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty}$.
- 3) Comme la fonction $f : x \mapsto \frac{x^2 + 1}{x^2 + 2}$ est une fonction rationnelle définie en 0, elle est continue en 0 donc $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 1}{x^2 + 2} = f(0)$ i.e. $\boxed{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 1}{x^2 + 2} = \frac{1}{2}}$.
- 4) Comme $\lim_{x \rightarrow 2} x - 3 = -1$ et $\lim_{x \rightarrow 2} (x - 2)^2 = 0^+$, par quotient, $\boxed{\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 3}{(x - 2)^2} = -\infty}$.
- 5) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9x + 1}{x + 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9x}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} 9 = 9$ et $\lim_{X \rightarrow 9} \sqrt{X} = \sqrt{9} = 3$ donc, par composition, $\boxed{\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3}$.
- 6) D'une part, $\lim_{x \rightarrow 2} x + 1 = 3$ et, d'autre part, $\lim_{x \rightarrow 2} 2 - x = 0$. De plus, $2 - x > 0$ si et seulement si $x < 2$ donc $\boxed{\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x < 2}} f(x) = +\infty}$ et $\boxed{\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x > 2}} f(x) = -\infty}$.

Exercice 2

1. La courbe de f est la suivante :



2. D'une part, $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} x = 1$ et, d'autre part, $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} 1 = 1$. Ainsi, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1 = f(1)$ donc $\boxed{f \text{ est continue en } 1}$.
3. D'une part, $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x < 2}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x < 2}} 1 = 1$ et, d'autre part, $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x > 2}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x > 2}} 2x - 2 = 2$. Ainsi, $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x < 2}} f(x) \neq \lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x > 2}} f(x)$ donc f n'a pas de limite en 2 et donc $\boxed{f \text{ est discontinue en } 2}$.

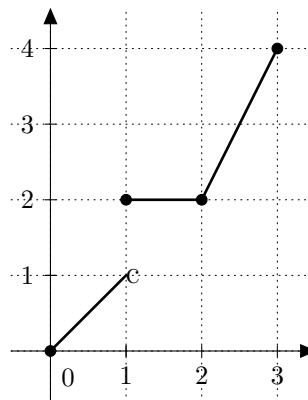
Correction de l'interrogation écrite n°9 – Sujet B

Exercice 1

- 1) Comme f est une fonction polynôme, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3$ donc $\boxed{\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty}$.
- 2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} -x = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$ donc, par produit, $\boxed{\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty}$.
- 3) Comme la fonction $f : x \mapsto \frac{x^2 + 2}{x^2 + 1}$ est une fonction rationnelle définie en 0, elle est continue en 0 donc $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2}{x^2 + 1} = f(0)$ i.e. $\boxed{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 1}{x^2 + 2} = 2}$.
- 4) Comme $\lim_{x \rightarrow 3} x - 4 = -1$ et $\lim_{x \rightarrow 3} (x - 3)^2 = 0^+$, par quotient, $\boxed{\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 4}{(x - 3)^2} = -\infty}$.
- 5) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x + 1}{x + 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} 4 = 4$ et $\lim_{X \rightarrow 4} \sqrt{X} = \sqrt{4} = 2$ donc, par composition, $\boxed{\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2}$.
- 6) D'une part, $\lim_{x \rightarrow 2} 2x + 1 = 7$ et, d'autre part, $\lim_{x \rightarrow 3} 3 - x = 0$. De plus, $3 - x > 0$ si et seulement si $x < 3$ donc $\boxed{\lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ x < 3}} f(x) = +\infty}$ et $\boxed{\lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ x > 3}} f(x) = -\infty}$.

Exercice 2

1. La courbe de f est la suivante :



2. D'une part, $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} x = 1$ et, d'autre part, $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} 2 = 2$. Ainsi, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \neq$ $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x)$ donc f n'a pas de limite en 2 et donc $\boxed{f \text{ est discontinue en } 1}$.
3. D'une part, $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x < 2}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x < 2}} 2 = 2$ et, d'autre part, $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x > 2}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x > 2}} 2x - 2 = 2$. Ainsi, $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 2 = f(2)$ donc $\boxed{f \text{ est continue en } 2}$.