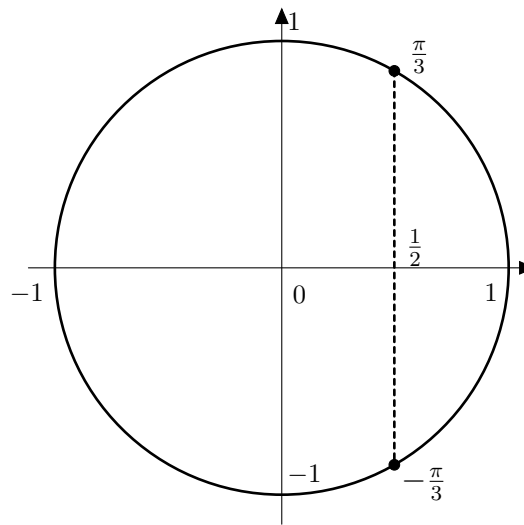


Correction de l'interrogation écrite n°13 – Sujet A

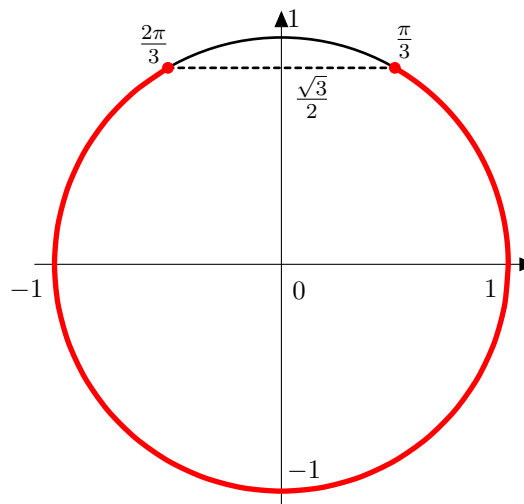
Exercice 1

1.



L'ensemble des solutions de l'équation $\cos(x) = \frac{1}{2}$ dans $]-\pi; \pi]$ est $\left\{-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right\}$.

2.



L'ensemble des solutions de l'inéquation $\sin(x) < \frac{\sqrt{3}}{2}$ dans $[0; 2\pi[$ est $\left[0; \frac{\pi}{3} \right[\cup \left] \frac{2\pi}{3}; 2\pi \right[$.

3. Notons (I) l'inéquation $2\cos^2(x) + 3\cos(x) + 1 \geq 0$.

En posant $X = \cos(x)$, l'inéquation (I) s'écrit $2X^2 + 3X + 1 \geq 0$. Le discriminant du trinôme $P(X) = 2X^2 + 3X + 1$ est $\Delta = 3^2 - 4 \times 2 \times 1 = 1 > 0$ donc ce trinôme admet deux racines réelles :

$$X_1 = \frac{-3 - \sqrt{1}}{2 \times 2} = -1 \quad \text{et} \quad X_2 = \frac{-3 + \sqrt{1}}{2 \times 2} = -\frac{1}{2}.$$

Comme $a = 2 > 0$, on a donc le tableau de signe suivant :

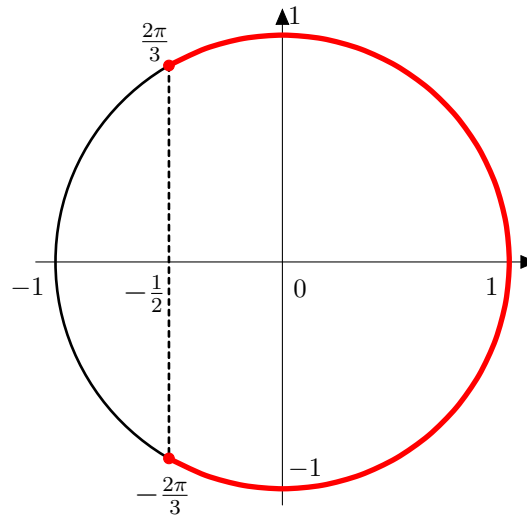
X	$-\infty$	-1	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$	
signe de $P(X)$	+	0	-	0	+

Ainsi,

$$(I) \iff P(\cos(x)) \geq 0 \iff \cos(x) \leq -1 \text{ ou } \cos(x) \geq -\frac{1}{2}$$

Or, pour $x \in]-\pi, \pi]$,

- $\cos(x) \leq -1 \iff x = \pi$
- $\cos(x) \geq -\frac{1}{2} \iff x \in [-\frac{2\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}]$

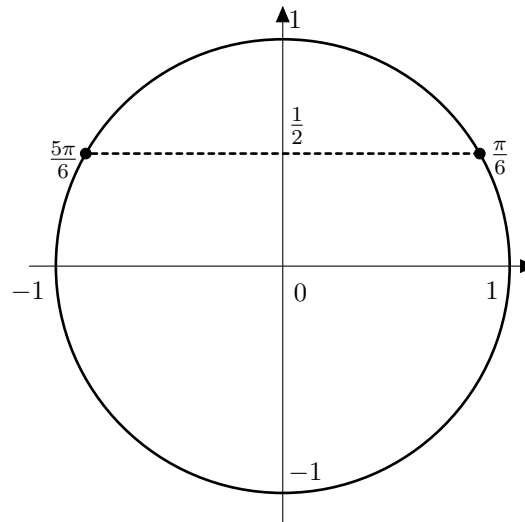


On conclut que l'ensemble des solutions de (I) dans $] -\pi, \pi]$ est $[-\frac{2\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}] \cup \{\pi\}$.

Exercice 2. — Pour tout réel $x > 0$, $f(x) = 4 \times \frac{\sin(4x)}{4x}$. Or, $\lim_{x \rightarrow 0} 4x = 0$ et, par théorème, $\lim_{X \rightarrow 0} \frac{\sin(X)}{X} = 1$ donc, par composition, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(4x)}{4x} = 1$. Par produit, on conclut que $\boxed{\lim_0 f = 4}$.

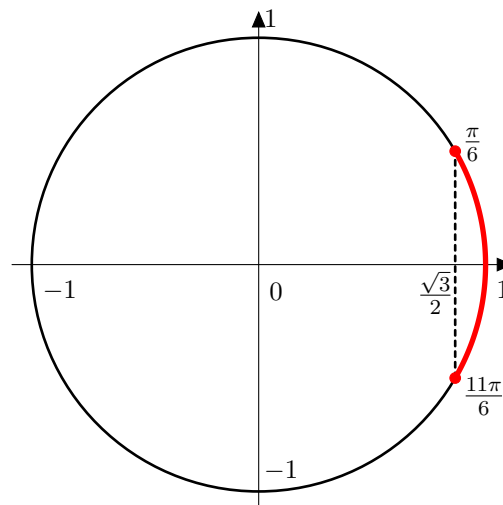
Correction de l'interrogation écrite n°12 – Sujet B

1.



L'ensemble des solutions de l'équation $\sin(x) = \frac{1}{2}$ dans $]-\pi; \pi]$ est $\left\{\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right\}$.

2.



L'ensemble des solutions de l'inéquation $\cos(x) > \frac{\sqrt{3}}{2}$ dans $[0; 2\pi[$ est $\left[0; \frac{\pi}{6} \right[\cup \left] \frac{11\pi}{6}; 2\pi \right[$.

3. Notons (I) l'inéquation $2\sin^2(x) + 3\sin(x) + 1 \leq 0$.

En posant $X = \sin(x)$, l'inéquation (I) s'écrit $2X^2 + 3X + 1 \leq 0$. Le discriminant du trinôme $P(X) = 2X^2 + 3X + 1$ est $\Delta = 3^2 - 4 \times 2 \times 1 = 1 > 0$ donc ce trinôme admet deux racines réelles :

$$X_1 = \frac{-3 - \sqrt{1}}{2 \times 2} = -1 \quad \text{et} \quad X_2 = \frac{-3 + \sqrt{1}}{2 \times 2} = -\frac{1}{2}.$$

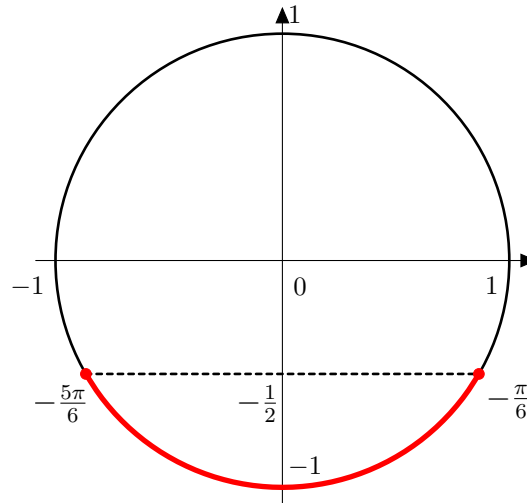
Comme $a = 2 > 0$, on a donc le tableau de signe suivant :

X	$-\infty$	-1	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$	
signe de $P(X)$	+	0	-	0	+

Ainsi, étant donné que, pour tout réel x , $\sin(x) \geq -1$, on a

$$(I) \iff P(\sin(x)) \leq 0 \iff \sin(x) \leq -\frac{1}{2}$$

Or, pour $x \in]-\pi, \pi]$, $\sin(x) \leq -\frac{1}{2}$ si et seulement si $x \in [-\frac{5\pi}{6}, -\frac{\pi}{6}]$



On conclut que l'ensemble des solutions de (I) de $[-\frac{5\pi}{6}, -\frac{\pi}{6}]$.

Exercice 2. — Pour tout réel $x > 0$, $f(x) = 3 \times \frac{\sin(3x)}{3x}$. Or, $\lim_{x \rightarrow 0} 3x = 0$ et, par théorème, $\lim_{X \rightarrow 0} \frac{\sin(X)}{X} = 1$ donc, par composition, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x)}{3x} = 1$. Par produit, on conclut que $\boxed{\lim_0 f = 3}$.