

Correction de l'interrogation écrite n°12 – Sujet A

Exercice 1

- 1) $\cos\left(\frac{\pi}{6} + 7\pi\right) = \cos\left(\frac{\pi}{6} + \pi\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
- 2) $\sin\left(\frac{-13\pi}{6}\right) = \sin\left(-2\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$
- 3) $\cos\left(\frac{11\pi}{4}\right) = \cos\left(2\pi + \frac{3\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

Exercice 2

a) La fonction f est de la fonction $x \mapsto u(ax + b)$ avec $u = \cos$, $a = 4$ et $b = 2$ donc, pour tout réel x ,

$$f'(x) = 4 \times (-\sin(4x + 2)) = -4 \sin(4x + 2).$$

b) La fonction f est de la forme $f = u^3$ avec $u = \cos$ donc, pour tout réel x ,

$$f'(x) = 3(-\sin(x)) \cos^2(x) = -3 \sin(x) \cos^2(x).$$

Exercice 3

1. Pour tout réel x , $\cos(x) \leq 1$ donc $f(x) \leq 1 - x$. Or, $\lim_{x \rightarrow +\infty} 1 - x = -\infty$ donc, par le théorème de comparaison, $\boxed{\lim_{+\infty} f = -\infty}$.
2. Pour tout réel x , $-1 \leq \cos(x) \leq 1$ et $x^2 + 1 > 0$ donc $-\frac{1}{x^2+1} \leq f(x) \leq \frac{1}{x^2+1}$. Or, $\lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{1}{x^2+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2+1} = 0$ donc, par le théorème d'encadrement, $\boxed{\lim_{+\infty} f = 0}$.

Correction de l'interrogation écrite n°12 – Sujet B

Exercice 1

- 1) $\sin\left(\frac{\pi}{6} + 7\pi\right) = \sin\left(\frac{\pi}{6} + \pi\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$
- 2) $\cos\left(\frac{-13\pi}{6}\right) = \cos\left(-2\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- 3) $\sin\left(\frac{11\pi}{4}\right) = \sin\left(2\pi + \frac{3\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Exercice 2

a) La fonction f est de la fonction $x \mapsto u(ax + b)$ avec $u = \cos$, $a = 2$ et $b = 4$ donc, pour tout réel x ,

$$f'(x) = 2 \times (-\sin(2x + 4)) = -2 \sin(2x + 4).$$

b) La fonction f est de la forme $f = u^3$ avec $u = \sin$ donc, pour tout réel x ,

$$f'(x) = 3(\cos(x)) \sin^2(x) = 3 \cos(x) \sin^2(x).$$

Exercice 3

1. Pour tout réel x , $\cos(x) \leq 1$ donc $f(x) \leq 1 - x$. Or, $\lim_{x \rightarrow +\infty} 1 - x = -\infty$ donc, par le théorème de comparaison, $\boxed{\lim_{+\infty} f = -\infty}$.
2. Pour tout réel x , $-1 \leq \cos(x) \leq 1$ et $x^2 + 1 > 0$ donc $-\frac{1}{x^2+1} \leq f(x) \leq \frac{1}{x^2+1}$. Or, $\lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{1}{x^2+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2+1} = 0$ donc, par le théorème d'encadrement, $\boxed{\lim_{+\infty} f = 0}$.