

Correction de l'interrogation écrite n°10 – Sujet A

Exercice 1

1. Considérons $u : x \mapsto 2x + 1$. Alors, $f = \sqrt{u}$ donc f est définie sur D si et seulement si $u(x) \geq 0$ pour tout $x \in D$. On en déduit que $D = \left[-\frac{1}{2}; +\infty\right[$. De plus, par théorème, f est dérivable sur E si et seulement si u est dérivable et strictement positive sur E . Or, u est une fonction affine dérivable sur $\mathbb{R}$ et strictement positive sur $\left]-\frac{1}{2}; +\infty\right[$. Ainsi, $E = \left]-\frac{1}{2}; +\infty\right[$.
2. Pour tout $x \in E$, $f'(x) = \frac{2}{2\sqrt{2x+1}}$ i.e. $\boxed{f'(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+1}}}$.
3. Une équation de la tangente T_4 à la courbe de f au point d'abscisse 4 est donnée par $y = f'(4)(x - 4) + f(4)$. Or, $f'(4) = \frac{1}{\sqrt{2 \times 4 + 1}} = \frac{1}{3}$ et $f(4) = \sqrt{2 \times 4 + 1} = 3$ donc $T_4 : y = \frac{1}{3}(x - 4) + 3$ soit $\boxed{T_4 : y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}}$.

Exercice 2

1. Pour tout réel x , $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$ donc $\boxed{f'(x) = x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}}$.
2. Considérons $u : x \mapsto 3x^2 + 2$. Alors, pour tout $x \in D$, $u'(x) = 6x$ donc $f'(x) = 5 \times 6x \times (3x^2 + 2)^4$ qu'on peut aussi écrire $\boxed{f'(x) = 30x(3x^2 + 2)^4}$.
3. Considérons $u : x \mapsto \frac{x+2}{x+3}$. Alors, pour tout $x \in D$, $u'(x) = \frac{1 \times (x+3) - (x+2) \times 1}{(x+3)^2} = \frac{1}{(x+3)^2}$ donc $f'(x) = 4 \times \frac{1}{(x+3)^2} \left(\frac{x+2}{x+3}\right)^3$ qu'on peut aussi écrire $\boxed{f'(x) = \frac{4(x+2)^3}{(x+3)^5}}$.

Correction de l'interrogation écrite n°10 – Sujet B

Exercice 1

1. Considérons $u : x \mapsto 2x + 3$. Alors, $f = \sqrt{u}$ donc f est définie sur D si et seulement si $u(x) \geq 0$ pour tout $x \in D$. On en déduit que $D = \left[-\frac{3}{2}; +\infty\right[$. De plus, par théorème, f est dérivable sur E si et seulement si u est dérivable et strictement positive sur E . Or, u est une fonction affine dérivable sur $\mathbb{R}$ et strictement positive sur $\left]-\frac{3}{2}; +\infty\right[$. Ainsi, $E = \left]-\frac{3}{2}; +\infty\right[$.
2. Pour tout $x \in E$, $f'(x) = \frac{2}{2\sqrt{2x+3}}$ i.e. $\boxed{f'(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+3}}}$.
3. Une équation de la tangente T_3 à la courbe de f au point d'abscisse 3 est donnée par $y = f'(3)(x-3) + f(3)$. Or, $f'(3) = \frac{1}{\sqrt{2 \times 3 + 3}} = \frac{1}{3}$ et $f(3) = \sqrt{2 \times 3 + 3} = 3$ donc $T_3 : y = \frac{1}{3}(x-3) + 3$ soit $\boxed{T_3 : y = \frac{1}{3}x + 2}$.

Exercice 2

1. Pour tout réel x , $f(x) = \frac{1}{5}x^3 + \frac{1}{5}x^2 + \frac{1}{5}x + \frac{1}{5}$ donc $\boxed{f'(x) = \frac{3}{5}x^2 + \frac{2}{5}x + \frac{1}{5}}$.
2. Considérons $u : x \mapsto 4x^2 + 3$. Alors, pour tout $x \in D$, $u'(x) = 8x$ donc $f'(x) = 5 \times 8x \times (4x^2 + 3)^4$ qu'on peut aussi écrire $\boxed{f'(x) = 40x(4x^2 + 3)^4}$.
3. Considérons $u : x \mapsto \frac{x+3}{x+2}$. Alors, pour tout $x \in D$, $u'(x) = \frac{1 \times (x+2) - (x+3) \times 1}{(x+2)^2} = -\frac{1}{(x+2)^2}$ donc $f'(x) = 4 \times \left(-\frac{1}{(x+2)^2}\right) \times \left(\frac{x+3}{x+2}\right)^3$ qu'on peut aussi écrire $\boxed{f'(x) = -\frac{4(x+3)^3}{(x+2)^5}}$.