

Devoir à la maison n°5

À rendre le jeudi 09 janvier 2020

Dans l'espace, on considère un triangle CDE tel que $CD = 12$, $CE = 7$ et $DE = 11$.

On considère un point A appartenant à $[DE]$ différent de E et D. La parallèle à (CD) passant par A coupe $[CE]$ en un point B. On note G le point d'intersection des diagonales du trapèze ABCD ainsi formé.

On considère enfin un point S n'appartenant pas au plan (CDE) tel que la droite (SG) soit orthogonale au plan (CDE) .

1. Faire une figure en perspective cavalière de telle sorte que le segment $[AB]$ soit visible et que le segment $[CD]$ soit caché.
2. Montrer que les plans (ASC) et (BSD) sont sécants selon la droite (SG) .
3. On considère un point M appartenant à $[SG]$ et différent du point G et du point S.
 - a. Montrer que les droites (CM) et (AS) sont sécantes en un point I.
On admet que, de même, les droites (DM) et (SB) sont sécantes en un point J.
 - b. Démontrer que (IJ) est parallèle à (AB) .
4. On note H le pied de la hauteur du triangle CDE issue de E.
Montrer que $EH = 2\sqrt{10}$.
Indication. — On pourra utiliser le théorème de Pythagore dans les triangles EHC et EHD.
5. On appelle K le point d'intersection de (EH) et $[AB]$. On pose $EB = x$ et on suppose que $SG = EB$.
 - a. Montrer que $AB = \frac{12}{7}x$ et $KH = \frac{2\sqrt{10}}{7}(7 - x)$.
 - b. Montrer que le volume de la pyramide SABCD est $\frac{4\sqrt{10}}{49}(49x - x^3)$.
 - c. Pour quelle(s) valeur(s) de x le volume de SABCD est-il maximal ?

————— Fin du devoir —————

Exercices d'entraînement aux calculs de dérivées

Ces exercices ne sont pas à rédiger ni à rendre. Ils ne seront pas corrigés en classe.

Dans chaque cas, calculer la dérivée de f et débrouillez-vous pour obtenir la forme donnée entre crochets.

- | | |
|---|---|
| 1. $f(x) = (x^2 + 3x + 3)^2 + (2x + 3)^3$ | $[f'(x) = 2(2x + 3)(x^2 + 9x + 12)]$ |
| 2. $f(x) = (4x + 1)\sqrt{4x + 1}$ | $[f'(x) = 6\sqrt{4x + 1}]$ |
| 3. $f(x) = \frac{(2x + 1)^3}{(3x + 2)^5}$ | $\left[f'(x) = -\frac{3(4x + 1)(2x + 1)^2}{(3x + 2)^6} \right]$ |
| 4. $f(x) = 2x^2(x + \sqrt{x})^3$ | $[f'(x) = x\sqrt{x}(x + \sqrt{x})^2(10\sqrt{x} + 7)]$ |
| 5. $f(x) = \left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right)^3$ | $\left[f'(x) = \frac{3f(x)}{\sqrt{x^2 + 1}} \right]$ |
| 6. $f(x) = \frac{\sqrt{x^4 + x^2 + 1}}{x^2 + 1}$ | $\left[f'(x) = \frac{x(x - 1)(x + 1)}{\sqrt{x^4 + x^2 + 1}(x^2 + 1)^2} \right]$ |
| 7. $f(x) = \sqrt{\left(\frac{x^2 + 2}{x^2 + 1}\right)^4} + 1$ | $\left[f'(x) = \frac{-4x(x^2 + 2)^3}{(x^2 + 1)^3\sqrt{(x^2 + 2)^4 + (x^2 + 1)^4}} \right]$ |