

Corrigés des exercices données pour le vendredi 2 avril

8 p. 176. — Une primitive de f sur $]0; +\infty[$ est $F : x \mapsto \ln(x) + 2x$.

Puisque, pour tout $x > 0$, $g(x) = 3 \times \frac{1}{x}$, une primitive de g sur $]0; +\infty[$ est $G : x \mapsto 3 \ln(x)$.

Puisque, pour tout $x > 0$, $h(x) = x - 7 \times \frac{1}{x}$, une primitive de la fonction h sur $]0; +\infty[$ est $H : x \mapsto \frac{1}{2}x^2 - 7 \ln(x)$.

9 p. 176. — Une primitive de f sur $]0; +\infty[$ est $F : x \mapsto -\frac{1}{x}$.

En remarquant que, pour tout $x > 0$, $g(x) = \frac{x^2}{x^2} + \frac{1}{x^2} = 1 + f(x)$, on peut affirmer qu'une primitive de g sur $]0; +\infty[$ est $G : x \mapsto x - \frac{1}{x} = \frac{x^2 - 1}{x^2}$.

Une primitive de h sur $]0; +\infty[$ est $H : x \mapsto \frac{1}{-3+1}x^{-3+1} = -\frac{1}{2}x^{-2} = -\frac{1}{2x^2}$.

11 p. 176. — Une primitive de f sur $\mathbb{R}$ est $F : x \mapsto \sin(x) - \cos(x)$.

Une primitive de g sur $\mathbb{R}$ est $G : x \mapsto \frac{1}{3} \sin(3x)$ (forme $u(ax+b)$ avec $u = \cos$, $a = 3$ et $b = 0$).

12 p. 176

1. Dans les deux cas, on a une forme $u'e^u$. Dès lors, une primitive de f sur $\mathbb{R}$ est $F : x \mapsto e^{x^2}$ et une primitive de g sur $\mathbb{R}$ est $G : x \mapsto e^{x^2-x}$.

2. Une primitive de f sur $\mathbb{R}$ est de la forme $F_c : x \mapsto e^{x^2} + c$ où $c \in \mathbb{R}$. De plus,

$$F_c(0) = 0 \Leftrightarrow e^0 + c = 0 \Leftrightarrow 1 + c = 0 \Leftrightarrow c = -1$$

donc l'unique primitive de f qui s'annule en 0 est $F_{-1} : x \mapsto e^{x^2} - 1$.

De même, une primitive de g sur $\mathbb{R}$ est de la forme $G_c : x \mapsto e^{x^2-x} + c$ où $c \in \mathbb{R}$. De plus,

$$G_c(0) = 0 \Leftrightarrow e^0 + c = 0 \Leftrightarrow 1 + c = 0 \Leftrightarrow c = -1$$

donc l'unique primitive de g qui s'annule en 0 est $G_{-1} : x \mapsto e^{x^2-x} - 1$.

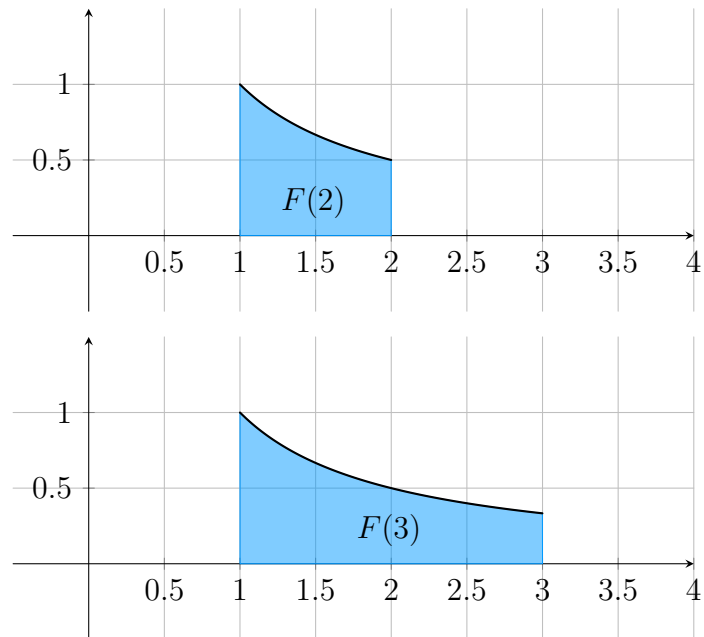
14 p. 176. — La fonction F est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme produit de fonctions dérivables et, pour tout réel x ,

$$F'(x) = 1 \times e^x + xe^x = (1+x)e^x = f(x)$$

donc F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

49 p. 179

1. a. Notons $\mathcal{C}$ la courbe de la fonction inverse. Comme la fonction inverse est continue et positive sur $[1; +\infty[$, $F(2)$ est l'aire sous la courbe $\mathcal{C}$ entre 1 et 2 et $F(3)$ est l'aire sous la courbe $\mathcal{C}$ entre 1 et 3.



- b. Graphiquement, on a donc $F(2) < F(3)$.
- 2. Par théorème, F est la primitive de $t \mapsto \frac{1}{t}$ qui s'annule en 1 donc, pour tout $x \geq 1$, $F'(x) = \frac{1}{x}$.
- 3. a. Pour tout $x \geq 1$, $F'(x) > 0$ donc F est strictement croissante sur $[1; +\infty[$.
- b. Comme $2 < 3$ et comme F est strictement croissante sur $[2; +\infty[$, $F(2) < F(3)$.

51 p. 179

- 1. La fonction $f : t \mapsto (\ln(t))^2$ est continue et positive sur $[1; +\infty[$ donc, par théorème, F est la primitive de f qui s'annule en 1 donc F est dérivable sur $[1; +\infty[$.
- 2. a. On a, de plus, pour tout $x \geq 1$, $F'(x) = f(x) = (\ln(x))^2$.
- b. Pour tout $x \geq 1$, $F'(x) \geq 0$ donc F est croissante sur $[1; +\infty[$.