Exercice 1 p. 345

Exercice 1 p. 345 On modélise l'expérience par l'équiprobabilité sur l'ensemble des 32 cartes.

Exercice 1 p. 345 On modélise l'expérience par l'équiprobabilité sur l'ensemble des 32 cartes. On a alors $P(X = 5) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$,

Exercice 1 p. 345 On modélise l'expérience par l'équiprobabilité sur l'ensemble des 32 cartes. On a alors $P(X = 5) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$, $P(X = 1) = \frac{4 \times 3}{32} = \frac{3}{8}$

Exercice 1 p. 345 On modélise l'expérience par l'équiprobabilité sur l'ensemble des 32 cartes. On a alors $P(X=5)=\frac{4}{32}=\frac{1}{8}$, $P(X=1)=\frac{4\times 3}{32}=\frac{3}{8}$ et $P(X=-1)=\frac{4\times 4}{32}=\frac{1}{2}$.

Exercice 1 p. 345 On modélise l'expérience par l'équiprobabilité sur l'ensemble des 32 cartes. On a alors $P(X=5)=\frac{4}{32}=\frac{1}{8}$, $P(X=1)=\frac{4\times 3}{32}=\frac{3}{8}$ et $P(X=-1)=\frac{4\times 4}{32}=\frac{1}{2}$. Ainsi la loi de X est donnée par le tableau suivant :

x_i	-1	0	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

Exercice 32 p. 354

Exercice 32 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont 2, 6, 18, 23 et 24 (autrement dit, $X(\Omega) = \{2\,;6\,;18\,;23\,;24\})$.

Exercice 32 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont 2, 6, 18, 23 et 24 (autrement dit, $X(\Omega) = \{2\,;6\,;18\,;23\,;24\}$).
2. La probabilité de l'évènement « X est égal à un nombre pair » est

Exercice 32 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont 2, 6, 18, 23 et 24 (autrement dit, $X(\Omega) = \{2\,;6\,;18\,;23\,;24\}$).
2. La probabilité de l'évènement « X est égal à un nombre pair » est

   $$P(X=2)+P(X=6)+P(X=18)+P(X=24)$$

Exercice 32 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont 2, 6, 18, 23 et 24 (autrement dit, $X(\Omega) = \{2\,;6\,;18\,;23\,;24\}$).
2. La probabilité de l'évènement « X est égal à un nombre pair » est

$$P(X = 2)+P(X = 6)+P(X = 18)+P(X = 24) = 0{,}15+0{,}1+0{,}6+0{,}1$$

Exercice 32 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont 2, 6, 18, 23 et 24 (autrement dit, $X(\Omega) = \{2\,;6\,;18\,;23\,;24\}$).
2. La probabilité de l'évènement « X est égal à un nombre pair » est

   $$P(X=2)+P(X=6)+P(X=18)+P(X=24) = 0{,}15+0{,}1+0{,}6+0{,}1 = 0{,}95.$$

Exercice 32 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont 2, 6, 18, 23 et 24 (autrement dit, $X(\Omega) = \{2\,;6\,;18\,;23\,;24\}$).
2. La probabilité de l'évènement « X est égal à un nombre pair » est

   $$P(X = 2)+P(X = 6)+P(X = 18)+P(X = 24) = 0{,}15+0{,}1+0{,}6+0{,}1 = 0{,}95.$$

   On peut aussi calculer cette probabilité de la manière suivante :

Exercice 32 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont 2, 6, 18, 23 et 24 (autrement dit, $X(\Omega) = \{2\,;6\,;18\,;23\,;24\}$).
2. La probabilité de l'évènement « X est égal à un nombre pair » est

   $$P(X=2)+P(X=6)+P(X=18)+P(X=24) = 0{,}15+0{,}1+0{,}6+0{,}1 = 0{,}95.$$

   On peut aussi calculer cette probabilité de la manière suivante :

   $$1 - P(X = 23)$$

Exercice 32 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont 2, 6, 18, 23 et 24 (autrement dit, $X(\Omega) = \{2\,;6\,;18\,;23\,;24\}$).
2. La probabilité de l'évènement « X est égal à un nombre pair » est

   $$P(X = 2)+P(X = 6)+P(X = 18)+P(X = 24) = 0{,}15+0{,}1+0{,}6+0{,}1 = 0{,}95.$$

   On peut aussi calculer cette probabilité de la manière suivante :

   $$1 - P(X = 23) = 1 - 0{,}05$$

Exercice 32 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont 2, 6, 18, 23 et 24 (autrement dit, $X(\Omega) = \{2\,;6\,;18\,;23\,;24\}$).
2. La probabilité de l'évènement « X est égal à un nombre pair » est

$$P(X = 2)+P(X = 6)+P(X = 18)+P(X = 24) = 0{,}15+0{,}1+0{,}6+0{,}1 = 0{,}95.$$

On peut aussi calculer cette probabilité de la manière suivante :

$$1 - P(X = 23) = 1 - 0{,}05 = 0{,}95.$$

Exercice 32 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont 2, 6, 18, 23 et 24 (autrement dit, $X(\Omega) = \{2\,;6\,;18\,;23\,;24\}$).
2. La probabilité de l'évènement « X est égal à un nombre pair » est

   $$P(X=2)+P(X=6)+P(X=18)+P(X=24) = 0{,}15+0{,}1+0{,}6+0{,}1 = 0{,}95.$$

   On peut aussi calculer cette probabilité de la manière suivante :

   $$1 - P(X=23) = 1 - 0{,}05 = 0{,}95.$$

3. La probabilité de l'évènement « X est égal à un multiple de 3 » est

Exercice 32 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont 2, 6, 18, 23 et 24 (autrement dit, $X(\Omega) = \{2\,;6\,;18\,;23\,;24\}$).
2. La probabilité de l'évènement « X est égal à un nombre pair » est

   $$P(X = 2)+P(X = 6)+P(X = 18)+P(X = 24) = 0{,}15+0{,}1+0{,}6+0{,}1 = 0{,}95.$$

   On peut aussi calculer cette probabilité de la manière suivante :

   $$1 - P(X = 23) = 1 - 0{,}05 = 0{,}95.$$

3. La probabilité de l'évènement « X est égal à un multiple de 3 » est

   $$P(X = 6) + P(X = 18) + P(X = 24)$$

Exercice 32 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont 2, 6, 18, 23 et 24 (autrement dit, $X(\Omega) = \{2\,;6\,;18\,;23\,;24\}$).
2. La probabilité de l'évènement « X est égal à un nombre pair » est

   $$P(X=2)+P(X=6)+P(X=18)+P(X=24) = 0{,}15+0{,}1+0{,}6+0{,}1 = 0{,}95.$$

   On peut aussi calculer cette probabilité de la manière suivante :

   $$1 - P(X=23) = 1 - 0{,}05 = 0{,}95.$$

3. La probabilité de l'évènement « X est égal à un multiple de 3 » est

   $$P(X=6) + P(X=18) + P(X=24) = 0{,}1 + 0{,}6 + 0{,}1$$

Exercice 32 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont 2, 6, 18, 23 et 24 (autrement dit, $X(\Omega) = \{2\,;6\,;18\,;23\,;24\}$).
2. La probabilité de l'évènement « X est égal à un nombre pair » est

   $$P(X=2)+P(X=6)+P(X=18)+P(X=24) = 0{,}15+0{,}1+0{,}6+0{,}1 = 0{,}95.$$

   On peut aussi calculer cette probabilité de la manière suivante :

   $$1 - P(X=23) = 1 - 0{,}05 = 0{,}95.$$

3. La probabilité de l'évènement « X est égal à un multiple de 3 » est

   $$P(X=6) + P(X=18) + P(X=24) = 0{,}1 + 0{,}6 + 0{,}1 = 0{,}8.$$

Exercice 32 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont 2, 6, 18, 23 et 24 (autrement dit, $X(\Omega) = \{2\,;6\,;18\,;23\,;24\}$).
2. La probabilité de l'évènement « X est égal à un nombre pair » est

   $$P(X=2)+P(X=6)+P(X=18)+P(X=24) = 0{,}15+0{,}1+0{,}6+0{,}1 = 0{,}95.$$

   On peut aussi calculer cette probabilité de la manière suivante :

   $$1 - P(X=23) = 1 - 0{,}05 = 0{,}95.$$

3. La probabilité de l'évènement « X est égal à un multiple de 3 » est

   $$P(X=6)+P(X=18)+P(X=24) = 0{,}1+0{,}6+0{,}1 = 0{,}8.$$

4. $P(X > 2)$

Exercice 32 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont 2, 6, 18, 23 et 24 (autrement dit, $X(\Omega) = \{2\,;6\,;18\,;23\,;24\}$).
2. La probabilité de l'évènement « X est égal à un nombre pair » est

   $$P(X=2)+P(X=6)+P(X=18)+P(X=24) = 0{,}15+0{,}1+0{,}6+0{,}1 = 0{,}95.$$

   On peut aussi calculer cette probabilité de la manière suivante :

   $$1 - P(X=23) = 1 - 0{,}05 = 0{,}95.$$

3. La probabilité de l'évènement « X est égal à un multiple de 3 » est

   $$P(X=6)+P(X=18)+P(X=24) = 0{,}1+0{,}6+0{,}1 = 0{,}8.$$

4. $P(X > 2) = P(X=6) + P(X=18) + P(X=23) + P(X=24)$

Exercice 32 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont 2, 6, 18, 23 et 24 (autrement dit, $X(\Omega) = \{2\,;6\,;18\,;23\,;24\}$).
2. La probabilité de l'évènement « X est égal à un nombre pair » est

   $$P(X=2)+P(X=6)+P(X=18)+P(X=24) = 0{,}15+0{,}1+0{,}6+0{,}1 = 0{,}95.$$

   On peut aussi calculer cette probabilité de la manière suivante :

   $$1 - P(X=23) = 1 - 0{,}05 = 0{,}95.$$

3. La probabilité de l'évènement « X est égal à un multiple de 3 » est

   $$P(X=6) + P(X=18) + P(X=24) = 0{,}1 + 0{,}6 + 0{,}1 = 0{,}8.$$

4. $P(X > 2) = P(X=6) + P(X=18) + P(X=23) + P(X=24) = 0{,}1 + 06 + 0{,}05 + 0{,}1$

Exercice 32 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont 2, 6, 18, 23 et 24 (autrement dit, $X(\Omega) = \{2\,;6\,;18\,;23\,;24\})$.
2. La probabilité de l'évènement « X est égal à un nombre pair » est

   $$P(X=2)+P(X=6)+P(X=18)+P(X=24) = 0{,}15+0{,}1+0{,}6+0{,}1 = 0{,}95.$$

   On peut aussi calculer cette probabilité de la manière suivante :

   $$1 - P(X=23) = 1 - 0{,}05 = 0{,}95.$$

3. La probabilité de l'évènement « X est égal à un multiple de 3 » est

   $$P(X=6) + P(X=18) + P(X=24) = 0{,}1 + 0{,}6 + 0{,}1 = 0{,}8.$$

4. $P(X>2) = P(X=6) + P(X=18) + P(X=23) + P(X=24) = 0{,}1 + 06 + 0{,}05 + 0{,}1 = 0{,}85.$

Exercice 32 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont 2, 6, 18, 23 et 24 (autrement dit, $X(\Omega) = \{2\,;6\,;18\,;23\,;24\}$).
2. La probabilité de l'évènement « X est égal à un nombre pair » est

   $$P(X=2)+P(X=6)+P(X=18)+P(X=24) = 0{,}15+0{,}1+0{,}6+0{,}1 = 0{,}95.$$

   On peut aussi calculer cette probabilité de la manière suivante :

   $$1 - P(X=23) = 1 - 0{,}05 = 0{,}95.$$

3. La probabilité de l'évènement « X est égal à un multiple de 3 » est

   $$P(X=6) + P(X=18) + P(X=24) = 0{,}1 + 0{,}6 + 0{,}1 = 0{,}8.$$

4. $P(X > 2) = P(X=6) + P(X=18) + P(X=23) + P(X=24) = 0{,}1 + 06 + 0{,}05 + 0{,}1 = 0{,}85.$
   On a aussi
   $P(X > 2)$

Exercice 32 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont 2, 6, 18, 23 et 24 (autrement dit, $X(\Omega) = \{2\,;6\,;18\,;23\,;24\}$).
2. La probabilité de l'évènement « X est égal à un nombre pair » est

   $$P(X=2)+P(X=6)+P(X=18)+P(X=24) = 0{,}15+0{,}1+0{,}6+0{,}1 = 0{,}95.$$

   On peut aussi calculer cette probabilité de la manière suivante :

   $$1 - P(X=23) = 1 - 0{,}05 = 0{,}95.$$

3. La probabilité de l'évènement « X est égal à un multiple de 3 » est

   $$P(X=6) + P(X=18) + P(X=24) = 0{,}1 + 0{,}6 + 0{,}1 = 0{,}8.$$

4. $P(X > 2) = P(X=6) + P(X=18) + P(X=23) + P(X=24) = 0{,}1 + 06 + 0{,}05 + 0{,}1 = 0{,}85.$
   On a aussi
   $P(X > 2) = 1 - P(X \leqslant 2)$

Exercice 32 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont 2, 6, 18, 23 et 24 (autrement dit, $X(\Omega) = \{2\,;6\,;18\,;23\,;24\}$).
2. La probabilité de l'évènement « X est égal à un nombre pair » est

   $$P(X=2)+P(X=6)+P(X=18)+P(X=24) = 0{,}15+0{,}1+0{,}6+0{,}1 = 0{,}95.$$

   On peut aussi calculer cette probabilité de la manière suivante :

   $$1 - P(X=23) = 1 - 0{,}05 = 0{,}95.$$

3. La probabilité de l'évènement « X est égal à un multiple de 3 » est

   $$P(X=6) + P(X=18) + P(X=24) = 0{,}1 + 0{,}6 + 0{,}1 = 0{,}8.$$

4. $P(X > 2) = P(X=6) + P(X=18) + P(X=23) + P(X=24) = 0{,}1 + 06 + 0{,}05 + 0{,}1 = 0{,}85.$
   On a aussi
   $P(X > 2) = 1 - P(X \leqslant 2) = 1 - P(X=2)$

Exercice 32 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont 2, 6, 18, 23 et 24 (autrement dit, $X(\Omega) = \{2\,;6\,;18\,;23\,;24\}$).
2. La probabilité de l'évènement « X est égal à un nombre pair » est

   $$P(X=2)+P(X=6)+P(X=18)+P(X=24) = 0{,}15+0{,}1+0{,}6+0{,}1 = 0{,}95.$$

   On peut aussi calculer cette probabilité de la manière suivante :

   $$1 - P(X=23) = 1 - 0{,}05 = 0{,}95.$$

3. La probabilité de l'évènement « X est égal à un multiple de 3 » est

   $$P(X=6) + P(X=18) + P(X=24) = 0{,}1 + 0{,}6 + 0{,}1 = 0{,}8.$$

4. $P(X>2) = P(X=6) + P(X=18) + P(X=23) + P(X=24) = 0{,}1 + 06 + 0{,}05 + 0{,}1 = 0{,}85.$
   On a aussi
   $P(X>2) = 1 - P(X \leqslant 2) = 1 - P(X=2) = 1 - 0{,}15$

Exercice 32 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont 2, 6, 18, 23 et 24 (autrement dit, $X(\Omega) = \{2\,;6\,;18\,;23\,;24\}$).
2. La probabilité de l'évènement « X est égal à un nombre pair » est

   $$P(X=2)+P(X=6)+P(X=18)+P(X=24) = 0{,}15+0{,}1+0{,}6+0{,}1 = 0{,}95.$$

   On peut aussi calculer cette probabilité de la manière suivante :

   $$1 - P(X=23) = 1 - 0{,}05 = 0{,}95.$$

3. La probabilité de l'évènement « X est égal à un multiple de 3 » est

   $$P(X=6) + P(X=18) + P(X=24) = 0{,}1 + 0{,}6 + 0{,}1 = 0{,}8.$$

4. $P(X > 2) = P(X=6) + P(X=18) + P(X=23) + P(X=24) = 0{,}1 + 06 + 0{,}05 + 0{,}1 = 0{,}85.$
   On a aussi
   $P(X > 2) = 1 - P(X \leqslant 2) = 1 - P(X=2) = 1 - 0{,}15 = 0{,}85.$

Exercice 33 p. 354

Exercice 33 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont -5, -1, 0, 2 et 7 (autrement dit, $X(\Omega) = \{-5\,;-1\,;0\,;2\,;7\}$).

Exercice 33 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont -5, -1, 0, 2 et 7 (autrement dit, $X(\Omega) = \{-5\,;-1\,;0\,;2\,;7\}$).
2. Comme $0{,}2 + 0{,}15 + p + 0{,}5 + 0{,}1 = 1$,

Exercice 33 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont -5, -1, 0, 2 et 7 (autrement dit, $X(\Omega) = \{-5\,;-1\,;0\,;2\,;7\}$).
2. Comme $0{,}2 + 0{,}15 + p + 0{,}5 + 0{,}1 = 1$, on a $0{,}95 + p = 1$

Exercice 33 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont -5, -1, 0, 2 et 7 (autrement dit, $X(\Omega) = \{-5\,;-1\,;0\,;2\,;7\}$).
2. Comme $0{,}2 + 0{,}15 + p + 0{,}5 + 0{,}1 = 1$, on a $0{,}95 + p = 1$ donc $p = 0{,}05$.

Exercice 33 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont -5, -1, 0, 2 et 7 (autrement dit, $X(\Omega) = \{-5\,;-1\,;0\,;2\,;7\}$).
2. Comme $0{,}2 + 0{,}15 + p + 0{,}5 + 0{,}1 = 1$, on a $0{,}95 + p = 1$ donc $p = 0{,}05$.
3. $P(X \geqslant 2)$

Exercice 33 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont -5, -1, 0, 2 et 7 (autrement dit, $X(\Omega) = \{-5\,;-1\,;0\,;2\,;7\}$).
2. Comme $0{,}2 + 0{,}15 + p + 0{,}5 + 0{,}1 = 1$, on a $0{,}95 + p = 1$ donc $p = 0{,}05$.
3. $P(X \geqslant 2) = P(X = 2) + P(X = 7)$

Exercice 33 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont -5, -1, 0, 2 et 7 (autrement dit, $X(\Omega) = \{-5\,;-1\,;0\,;2\,;7\}$).
2. Comme $0{,}2 + 0{,}15 + p + 0{,}5 + 0{,}1 = 1$, on a $0{,}95 + p = 1$ donc $p = 0{,}05$.
3. $P(X \geqslant 2) = P(X = 2) + P(X = 7) = 0{,}5 + 0{,}1$

Exercice 33 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont -5, -1, 0, 2 et 7 (autrement dit, $X(\Omega) = \{-5\,;-1\,;0\,;2\,;7\}$).
2. Comme $0{,}2 + 0{,}15 + p + 0{,}5 + 0{,}1 = 1$, on a $0{,}95 + p = 1$ donc $p = 0{,}05$.
3. $P(X \geqslant 2) = P(X = 2) + P(X = 7) = 0{,}5 + 0{,}1 = 0{,}6$.

Exercice 33 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont -5, -1, 0, 2 et 7 (autrement dit, $X(\Omega) = \{-5\,;-1\,;0\,;2\,;7\}$).
2. Comme $0{,}2 + 0{,}15 + p + 0{,}5 + 0{,}1 = 1$, on a $0{,}95 + p = 1$ donc $p = 0{,}05$.
3. $P(X \geqslant 2) = P(X = 2) + P(X = 7) = 0{,}5 + 0{,}1 = 0{,}6$.
4. $P(X \leqslant 0)$

Exercice 33 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont -5, -1, 0, 2 et 7 (autrement dit, $X(\Omega) = \{-5\,;-1\,;0\,;2\,;7\}$).
2. Comme $0{,}2 + 0{,}15 + p + 0{,}5 + 0{,}1 = 1$, on a $0{,}95 + p = 1$ donc $p = 0{,}05$.
3. $P(X \geqslant 2) = P(X = 2) + P(X = 7) = 0{,}5 + 0{,}1 = 0{,}6$.
4. $P(X \leqslant 0) = 1 - P(X > 0)$

Exercice 33 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont -5, -1, 0, 2 et 7 (autrement dit, $X(\Omega) = \{-5\,;-1\,;0\,;2\,;7\}$).
2. Comme $0{,}2 + 0{,}15 + p + 0{,}5 + 0{,}1 = 1$, on a $0{,}95 + p = 1$ donc $p = 0{,}05$.
3. $P(X \geqslant 2) = P(X = 2) + P(X = 7) = 0{,}5 + 0{,}1 = 0{,}6$.
4. $P(X \leqslant 0) = 1 - P(X > 0) = 1 - P(X \geqslant 2)$

Exercice 33 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont -5, -1, 0, 2 et 7 (autrement dit, $X(\Omega) = \{-5\,;-1\,;0\,;2\,;7\}$).
2. Comme $0{,}2 + 0{,}15 + p + 0{,}5 + 0{,}1 = 1$, on a $0{,}95 + p = 1$ donc $p = 0{,}05$.
3. $P(X \geqslant 2) = P(X = 2) + P(X = 7) = 0{,}5 + 0{,}1 = 0{,}6$.
4. $P(X \leqslant 0) = 1 - P(X > 0) = 1 - P(X \geqslant 2) = 1 - 0{,}6$

Exercice 33 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont -5, -1, 0, 2 et 7 (autrement dit, $X(\Omega) = \{-5\,;-1\,;0\,;2\,;7\}$).
2. Comme $0{,}2 + 0{,}15 + p + 0{,}5 + 0{,}1 = 1$, on a $0{,}95 + p = 1$ donc $p = 0{,}05$.
3. $P(X \geqslant 2) = P(X = 2) + P(X = 7) = 0{,}5 + 0{,}1 = 0{,}6$.
4. $P(X \leqslant 0) = 1 - P(X > 0) = 1 - P(X \geqslant 2) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$.

Exercice 33 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont -5, -1, 0, 2 et 7 (autrement dit, $X(\Omega) = \{-5\,;-1\,;0\,;2\,;7\}$).
2. Comme $0{,}2 + 0{,}15 + p + 0{,}5 + 0{,}1 = 1$, on a $0{,}95 + p = 1$ donc $p = 0{,}05$.
3. $P(X \geqslant 2) = P(X = 2) + P(X = 7) = 0{,}5 + 0{,}1 = 0{,}6$.
4. $P(X \leqslant 0) = 1 - P(X > 0) = 1 - P(X \geqslant 2) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$.
   On pouvait calculer cette probabilité de la manière suivante :

Exercice 33 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont -5, -1, 0, 2 et 7 (autrement dit, $X(\Omega) = \{-5\,;-1\,;0\,;2\,;7\}$).
2. Comme $0{,}2 + 0{,}15 + p + 0{,}5 + 0{,}1 = 1$, on a $0{,}95 + p = 1$ donc $p = 0{,}05$.
3. $P(X \geqslant 2) = P(X = 2) + P(X = 7) = 0{,}5 + 0{,}1 = 0{,}6$.
4. $P(X \leqslant 0) = 1 - P(X > 0) = 1 - P(X \geqslant 2) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$.
   On pouvait calculer cette probabilité de la manière suivante :

   $$P(X \leqslant 0)$$

Exercice 33 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont -5, -1, 0, 2 et 7 (autrement dit, $X(\Omega) = \{-5\,;-1\,;0\,;2\,;7\}$).
2. Comme $0{,}2 + 0{,}15 + p + 0{,}5 + 0{,}1 = 1$, on a $0{,}95 + p = 1$ donc $p = 0{,}05$.
3. $P(X \geqslant 2) = P(X = 2) + P(X = 7) = 0{,}5 + 0{,}1 = 0{,}6$.
4. $P(X \leqslant 0) = 1 - P(X > 0) = 1 - P(X \geqslant 2) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$.
   On pouvait calculer cette probabilité de la manière suivante :

$$P(X \leqslant 0) = P(X = -5) + P(X = -1) + P(X = 0)$$

Exercice 33 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont -5, -1, 0, 2 et 7 (autrement dit, $X(\Omega) = \{-5\,;-1\,;0\,;2\,;7\}$).
2. Comme $0{,}2 + 0{,}15 + p + 0{,}5 + 0{,}1 = 1$, on a $0{,}95 + p = 1$ donc $p = 0{,}05$.
3. $P(X \geqslant 2) = P(X = 2) + P(X = 7) = 0{,}5 + 0{,}1 = 0{,}6$.
4. $P(X \leqslant 0) = 1 - P(X > 0) = 1 - P(X \geqslant 2) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$.
   On pouvait calculer cette probabilité de la manière suivante :

$$\begin{aligned} P(X \leqslant 0) &= P(X = -5) + P(X = -1) + P(X = 0) \\ &= 0{,}2 + 0{,}15 + 0{,}05 \end{aligned}$$

Exercice 33 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont -5, -1, 0, 2 et 7 (autrement dit, $X(\Omega) = \{-5\,; -1\,; 0\,; 2\,; 7\}$).
2. Comme $0{,}2 + 0{,}15 + p + 0{,}5 + 0{,}1 = 1$, on a $0{,}95 + p = 1$ donc $p = 0{,}05$.
3. $P(X \geqslant 2) = P(X = 2) + P(X = 7) = 0{,}5 + 0{,}1 = 0{,}6$.
4. $P(X \leqslant 0) = 1 - P(X > 0) = 1 - P(X \geqslant 2) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$.
   On pouvait calculer cette probabilité de la manière suivante :

$$\begin{aligned} P(X \leqslant 0) &= P(X = -5) + P(X = -1) + P(X = 0) \\ &= 0{,}2 + 0{,}15 + 0{,}05 = 0{,}4. \end{aligned}$$

Exercice 36 p. 354

Exercice 36 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont 0, 1, 2, 3 et 4 (autrement dit, $X(\Omega) = \{0\,;1\,;2\,;3\,;4\}$).

Exercice 36 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont 0, 1, 2, 3 et 4 (autrement dit, $X(\Omega) = \{0\,;1\,;2\,;3\,;4\}$).
2. $P(X \leqslant 2)$

Exercice 36 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont 0, 1, 2, 3 et 4 (autrement dit, $X(\Omega) = \{0\,;1\,;2\,;3\,;4\}$).
2. $P(X \leqslant 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)$

Exercice 36 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont 0, 1, 2, 3 et 4 (autrement dit, $X(\Omega) = \{0\,;1\,;2\,;3\,;4\}$).
2. $P(X \leqslant 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = 0{,}2 + 0{,}3 + 0{,}1$

Exercice 36 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont 0, 1, 2, 3 et 4 (autrement dit, $X(\Omega) = \{0\,;1\,;2\,;3\,;4\}$).
2. $P(X \leqslant 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = 0{,}2 + 0{,}3 + 0{,}1 = 0{,}6$

Exercice 36 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont 0, 1, 2, 3 et 4 (autrement dit, $X(\Omega) = \{0\,;1\,;2\,;3\,;4\}$).
2. $P(X \leqslant 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) =$
   $0{,}2 + 0{,}3 + 0{,}1 = 0{,}6$ et
   $P(X \geqslant 3)$

Exercice 36 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont 0, 1, 2, 3 et 4 (autrement dit, $X(\Omega) = \{0\,;1\,;2\,;3\,;4\}$).
2. $P(X \leqslant 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) =$ $0{,}2 + 0{,}3 + 0{,}1 = 0{,}6$ et
   $P(X \geqslant 3) = P(X = 3) + P(X = 4)$

Exercice 36 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont 0, 1, 2, 3 et 4 (autrement dit, $X(\Omega) = \{0\,;1\,;2\,;3\,;4\}$).
2. $P(X \leqslant 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) =$ $0{,}2 + 0{,}3 + 0{,}1 = 0{,}6$ et $P(X \geqslant 3) = P(X = 3) + P(X = 4) = 0{,}3 + 0{,}1$

Exercice 36 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont 0, 1, 2, 3 et 4 (autrement dit, $X(\Omega) = \{0\,;1\,;2\,;3\,;4\}$).
2. $P(X \leqslant 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = 0{,}2 + 0{,}3 + 0{,}1 = 0{,}6$ et
   $P(X \geqslant 3) = P(X = 3) + P(X = 4) = 0{,}3 + 0{,}1 = 0{,}4$.

Exercice 36 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont 0, 1, 2, 3 et 4 (autrement dit, $X(\Omega) = \{0\,;1\,;2\,;3\,;4\}$).
2. $P(X \leqslant 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) =$ $0{,}2 + 0{,}3 + 0{,}1 = 0{,}6$ et
   $P(X \geqslant 3) = P(X = 3) + P(X = 4) = 0{,}3 + 0{,}1 = 0{,}4$.
   On pouvait aussi remarquer que $\{X \geqslant 3\}$

Exercice 36 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont 0, 1, 2, 3 et 4 (autrement dit, $X(\Omega) = \{0\,;1\,;2\,;3\,;4\}$).
2. $P(X \leqslant 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = 0{,}2 + 0{,}3 + 0{,}1 = 0{,}6$ et
   $P(X \geqslant 3) = P(X = 3) + P(X = 4) = 0{,}3 + 0{,}1 = 0{,}4$.
   On pouvait aussi remarquer que $\{X \geqslant 3\} = \overline{\{X \leqslant 2\}}$ donc
   $P(X \geqslant 3)$

Exercice 36 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont 0, 1, 2, 3 et 4 (autrement dit, $X(\Omega) = \{0\,;1\,;2\,;3\,;4\}$).
2. $P(X \leqslant 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = 0{,}2 + 0{,}3 + 0{,}1 = 0{,}6$ et
   $P(X \geqslant 3) = P(X = 3) + P(X = 4) = 0{,}3 + 0{,}1 = 0{,}4$.
   On pouvait aussi remarquer que $\{X \geqslant 3\} = \overline{\{X \leqslant 2\}}$ donc $P(X \geqslant 3) = 1 - P(X \leqslant 2)$

Exercice 36 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont 0, 1, 2, 3 et 4 (autrement dit, $X(\Omega) = \{0\,;1\,;2\,;3\,;4\}$).
2. $P(X \leqslant 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) =$ $0{,}2 + 0{,}3 + 0{,}1 = 0{,}6$ et
   $P(X \geqslant 3) = P(X = 3) + P(X = 4) = 0{,}3 + 0{,}1 = 0{,}4$.
   On pouvait aussi remarquer que $\{X \geqslant 3\} = \overline{\{X \leqslant 2\}}$ donc
   $P(X \geqslant 3) = 1 - P(X \leqslant 2) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$.

Exercice 36 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont 0, 1, 2, 3 et 4 (autrement dit, $X(\Omega) = \{0\,;1\,;2\,;3\,;4\}$).
2. $P(X \leqslant 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = 0{,}2 + 0{,}3 + 0{,}1 = 0{,}6$ et
   $P(X \geqslant 3) = P(X = 3) + P(X = 4) = 0{,}3 + 0{,}1 = 0{,}4$.
   On pouvait aussi remarquer que $\{X \geqslant 3\} = \overline{\{X \leqslant 2\}}$ donc
   $P(X \geqslant 3) = 1 - P(X \leqslant 2) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$.
3. $P(X > 0)$

Exercice 36 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont 0, 1, 2, 3 et 4 (autrement dit, $X(\Omega) = \{0\,;1\,;2\,;3\,;4\}$).
2. $P(X \leqslant 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = 0{,}2 + 0{,}3 + 0{,}1 = 0{,}6$ et
   $P(X \geqslant 3) = P(X = 3) + P(X = 4) = 0{,}3 + 0{,}1 = 0{,}4$.
   On pouvait aussi remarquer que $\{X \geqslant 3\} = \overline{\{X \leqslant 2\}}$ donc
   $P(X \geqslant 3) = 1 - P(X \leqslant 2) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$.
3. $P(X > 0) = P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4)$

Exercice 36 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont 0, 1, 2, 3 et 4 (autrement dit, $X(\Omega) = \{0\,;1\,;2\,;3\,;4\}$).
2. $P(X \leqslant 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = 0{,}2 + 0{,}3 + 0{,}1 = 0{,}6$ et
   $P(X \geqslant 3) = P(X = 3) + P(X = 4) = 0{,}3 + 0{,}1 = 0{,}4$.
   On pouvait aussi remarquer que $\{X \geqslant 3\} = \overline{\{X \leqslant 2\}}$ donc
   $P(X \geqslant 3) = 1 - P(X \leqslant 2) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$.
3. $P(X > 0) = P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) = 0{,}3 + 0{,}1 + 0{,}3 + 0{,}1 = 0{,}8$

Exercice 36 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont 0, 1, 2, 3 et 4 (autrement dit, $X(\Omega) = \{0\,;1\,;2\,;3\,;4\}$).
2. $P(X \leqslant 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) =$ $0{,}2 + 0{,}3 + 0{,}1 = 0{,}6$ et
   $P(X \geqslant 3) = P(X = 3) + P(X = 4) = 0{,}3 + 0{,}1 = 0{,}4$.
   On pouvait aussi remarquer que $\{X \geqslant 3\} = \overline{\{X \leqslant 2\}}$ donc
   $P(X \geqslant 3) = 1 - P(X \leqslant 2) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$.
3. $P(X > 0) = P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) = 0{,}3 + 0{,}1 + 0{,}3 + 0{,}1 = 0{,}8$ et
   $P(X > 0)$

Exercice 36 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont 0, 1, 2, 3 et 4 (autrement dit, $X(\Omega) = \{0\,;1\,;2\,;3\,;4\}$).
2. $P(X \leqslant 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) =$ $0{,}2 + 0{,}3 + 0{,}1 = 0{,}6$ et
   $P(X \geqslant 3) = P(X = 3) + P(X = 4) = 0{,}3 + 0{,}1 = 0{,}4$.
   On pouvait aussi remarquer que $\{X \geqslant 3\} = \overline{\{X \leqslant 2\}}$ donc
   $P(X \geqslant 3) = 1 - P(X \leqslant 2) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$.
3. $P(X > 0) = P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) = 0{,}3 + 0{,}1 + 0{,}3 + 0{,}1 = 0{,}8$ et
   $P(X > 0) = 1 - P(X = 0)$

Exercice 36 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont 0, 1, 2, 3 et 4 (autrement dit, $X(\Omega) = \{0\,;1\,;2\,;3\,;4\}$).
2. $P(X \leqslant 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) =$ $0{,}2 + 0{,}3 + 0{,}1 = 0{,}6$ et
   $P(X \geqslant 3) = P(X = 3) + P(X = 4) = 0{,}3 + 0{,}1 = 0{,}4$.
   On pouvait aussi remarquer que $\{X \geqslant 3\} = \overline{\{X \leqslant 2\}}$ donc
   $P(X \geqslant 3) = 1 - P(X \leqslant 2) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$.
3. $P(X > 0) = P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) = 0{,}3 + 0{,}1 + 0{,}3 + 0{,}1 = 0{,}8$ et
   $P(X > 0) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0{,}2$

Exercice 36 p. 354

1. Les valeurs prises par X sont 0, 1, 2, 3 et 4 (autrement dit, $X(\Omega) = \{0\,;1\,;2\,;3\,;4\}$).
2. $P(X \leqslant 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = 0{,}2 + 0{,}3 + 0{,}1 = 0{,}6$ et
   $P(X \geqslant 3) = P(X = 3) + P(X = 4) = 0{,}3 + 0{,}1 = 0{,}4$.
   On pouvait aussi remarquer que $\{X \geqslant 3\} = \overline{\{X \leqslant 2\}}$ donc
   $P(X \geqslant 3) = 1 - P(X \leqslant 2) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$.
3. $P(X > 0) = P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) = 0{,}3 + 0{,}1 + 0{,}3 + 0{,}1 = 0{,}8$ et
   $P(X > 0) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0{,}2 = 0{,}8$.

2) Espérance, variance, écart-type

2) Espérance, variance, écart-type

Définition 14

Soit X une variable aléatoire définie sur un univers fini Ω muni d'une probabilité P. On suppose que la loi de X est donnée par le tableau suivant :

x_i	x_1	x_2	$\ldots$	x_k
$p(X = x_i)$	p_1	p_2	$\ldots$	p_k

2) Espérance, variance, écart-type

Définition 14

Soit X une variable aléatoire définie sur un univers fini Ω muni d'une probabilité P. On suppose que la loi de X est donnée par le tableau suivant :

x_i	x_1	x_2	$\ldots$	x_k
$p(X = x_i)$	p_1	p_2	$\ldots$	p_k

On définit l'espérance de X, notée $E(X)$, par

$$E(X) = p_1 \times x_1 + p_2 \times x_2 + \ldots + p_k \times x_k$$

Remarque 15

1. L'espérance est l'équivalent en probabilité de la moyenne en statistique.

Remarque 15

1. L'espérance est l'équivalent en probabilité de la moyenne en statistique. L'espérance d'une variable aléatoire s'interprète comme la valeur moyenne de la variable X.

Remarque 15

1. L'espérance est l'équivalent en probabilité de la moyenne en statistique. L'espérance d'une variable aléatoire s'interprète comme la valeur moyenne de la variable X. Ainsi, si X représente un gain à un jeu alors $E(X)$ représente le gain moyen.

Remarque 15

1. L'espérance est l'équivalent en probabilité de la moyenne en statistique. L'espérance d'une variable aléatoire s'interprète comme la valeur moyenne de la variable X. Ainsi, si X représente un gain à un jeu alors $E(X)$ représente le gain moyen.
2. La formule de l'espérance peut aussi s'écrire

$$E(X) = \sum_{i=1}^{k} p_i \times x_i = \sum_{i=1}^{k} x_i P(X = x_i).$$

Remarque 15

1. L'espérance est l'équivalent en probabilité de la moyenne en statistique. L'espérance d'une variable aléatoire s'interprète comme la valeur moyenne de la variable X. Ainsi, si X représente un gain à un jeu alors $E(X)$ représente le gain moyen.
2. La formule de l'espérance peut aussi s'écrire

$$E(X) = \sum_{i=1}^{k} p_i \times x_i = \sum_{i=1}^{k} x_i P(X = x_i).$$

   La symbole Σ (sigma majuscule) représente une somme.

Remarque 15

1. L'espérance est l'équivalent en probabilité de la moyenne en statistique. L'espérance d'une variable aléatoire s'interprète comme la valeur moyenne de la variable X. Ainsi, si X représente un gain à un jeu alors $E(X)$ représente le gain moyen.
2. La formule de l'espérance peut aussi s'écrire

$$E(X) = \sum_{i=1}^{k} p_i \times x_i = \sum_{i=1}^{k} x_i P(X = x_i).$$

   La symbole Σ (sigma majuscule) représente une somme. Ici, on somme tout les produits de la forme $pi \times x_i$ pour i variant de 1 et k.

Exemple 16

On reprend la variable aléatoire X définie dans l'exemple 1. L'univers de l'expérience est $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ et $X(\Omega) = \{-1, 0, 1, 2\}$.

Exemple 16

On reprend la variable aléatoire X définie dans l'exemple 1. L'univers de l'expérience est $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ et $X(\Omega) = \{-1, 0, 1, 2\}$. La loi de probabilité de X est donnée par le tableau

x_i	-1	0	1	2
$p(X = x_i)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

Exemple 16

On reprend la variable aléatoire X définie dans l'exemple 1. L'univers de l'expérience est $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ et $X(\Omega) = \{-1, 0, 1, 2\}$. La loi de probabilité de X est donnée par le tableau

x_i	-1	0	1	2
$p(X = x_i)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

L'espérance de cette variable aléatoire est donc

Exemple 16

On reprend la variable aléatoire X définie dans l'exemple 1. L'univers de l'expérience est $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ et $X(\Omega) = \{-1, 0, 1, 2\}$. La loi de probabilité de X est donnée par le tableau

x_i	-1	0	1	2
$p(X = x_i)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

L'espérance de cette variable aléatoire est donc $E(X) = \frac{1}{2} \times (-1) + \frac{1}{6} \times 0 + \frac{1}{6} \times 1 + \frac{1}{6} \times 2 = -\frac{1}{2} + \frac{3}{6}$ soit $E(X) = 0$.

Exemple 16

On reprend la variable aléatoire X définie dans l'exemple 1.
L'univers de l'expérience est $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ et $X(\Omega) = \{-1, 0, 1, 2\}$. La loi de probabilité de X est donnée par le tableau

x_i	-1	0	1	2
$p(X = x_i)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

L'espérance de cette variable aléatoire est donc
$E(X) = \frac{1}{2} \times (-1) + \frac{1}{6} \times 0 + \frac{1}{6} \times 1 + \frac{1}{6} \times 2 = -\frac{1}{2} + \frac{3}{6}$ soit $E(X) = 0$.
Ainsi, le gain moyen à ce jeu est nul.

Exemple 16

On reprend la variable aléatoire X définie dans l'exemple 1. L'univers de l'expérience est $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ et $X(\Omega) = \{-1, 0, 1, 2\}$. La loi de probabilité de X est donnée par le tableau

x_i	-1	0	1	2
$p(X = x_i)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

L'espérance de cette variable aléatoire est donc $E(X) = \frac{1}{2} \times (-1) + \frac{1}{6} \times 0 + \frac{1}{6} \times 1 + \frac{1}{6} \times 2 = -\frac{1}{2} + \frac{3}{6}$ soit $E(X) = 0$. Ainsi, le gain moyen à ce jeu est nul. . Autrement dit, si on joue un grand nombre de fois à ce jeu, le gain moyen sur un grand nombre de parties sera proche de 0.

Définition 17

On considère un jeu dans lequel le gain algébrique (i.e. la différence entre le gain et la mise) est une variable aléatoire X. On dit que le jeu est équitable sur $E(X) = 0$, favorable au joueur si $E(X) > 0$ et défavorable au joueur si $E(X) < 0$.

Définition 17

On considère un jeu dans lequel le gain algébrique (i.e. la différence entre le gain et la mise) est une variable aléatoire X. On dit que le jeu est équitable sur $E(X) = 0$, favorable au joueur si $E(X) > 0$ et défavorable au joueur si $E(X) < 0$.

Exemple 18

Ainsi, le jeu de l'exemple 1 est équitable.

Définition 19

Soit X une variable aléatoire définie sur un univers fini Ω muni d'une probabilité P. On suppose que la loi de X est donnée par le tableau suivant :

x_i	x_1	x_2	$\ldots$	x_k
$p(X = x_i)$	p_1	p_2	$\ldots$	p_k

Définition 19

Soit X une variable aléatoire définie sur un univers fini Ω muni d'une probabilité P. On suppose que la loi de X est donnée par le tableau suivant :

x_i	x_1	x_2	$\dots$	x_k
$p(X = x_i)$	p_1	p_2	$\dots$	p_k

On définit la variance de X, notée $V(X)$, par

$$V(X) = p_1 \times (x_1 - E(X))^2 + \cdots + p_k \times (x_k - E(X))^2$$

Définition 19

Soit X une variable aléatoire définie sur un univers fini Ω muni d'une probabilité P. On suppose que la loi de X est donnée par le tableau suivant :

x_i	x_1	x_2	$\dots$	x_k
$p(X = x_i)$	p_1	p_2	$\dots$	p_k

On définit la variance de X, notée $V(X)$, par

$$V(X) = p_1 \times (x_1 - E(X))^2 + \cdots + p_k \times (x_k - E(X))^2$$

On définit l'écart-type de X, noté σ_X ou $\sigma(X)$, par

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}.$$

Remarque 20

1. La variance représente « la moyenne des carrés des écarts à la moyenne ».

Remarque 20

1. La variance représente « la moyenne des carrés des écarts à la moyenne ». Elle mesure la dispersion des valeurs autour de la moyenne.

Remarque 20

1. La variance représente « la moyenne des carrés des écarts à la moyenne ». Elle mesure la dispersion des valeurs autour de la moyenne. Plus la variance est grande, plus les valeurs sont dispersées et inversement.

Remarque 20

1. La variance représente « la moyenne des carrés des écarts à la moyenne ». Elle mesure la dispersion des valeurs autour de la moyenne. Plus la variance est grande, plus les valeurs sont dispersées et inversement.
2. On considère l'écart-type plutôt que la variance pour des raisons d'homogénéité.

Remarque 20

1. La variance représente « la moyenne des carrés des écarts à la moyenne ». Elle mesure la dispersion des valeurs autour de la moyenne. Plus la variance est grande, plus les valeurs sont dispersées et inversement.
2. On considère l'écart-type plutôt que la variance pour des raisons d'homogénéité.
3. La formule de la variance peut aussi s'écrire

$$V(X) = \sum_{i=1}^{k} p_i \times (x_i - E(X))^2 = \sum_{i=1}^{k} (x_i - E(X))^2 P(X = x_i).$$

Exemple 21

Considérons une variable aléatoire sur un univers Ω telle que $X(\Omega) = \{-2\,;-1\,;0\,;4\}$ dont la loi de probabilité est donnée par le tableau suivant :

x_i	-2	-1	0	4
$p(X = x_i)$	$0{,}1$	$0{,}5$	$0{,}2$	$0{,}2$

Exemple 21

Considérons une variable aléatoire sur un univers Ω telle que $X(\Omega) = \{-2\,;-1\,;0\,;4\}$ dont la loi de probabilité est donnée par le tableau suivant :

x_i	-2	-1	0	4
$p(X = x_i)$	0,1	0,5	0,2	0,2

Pour calculer la variance, il faut déjà connaître l'espérance.

Exemple 21

Considérons une variable aléatoire sur un univers Ω telle que $X(\Omega) = \{-2\,;-1\,;0\,;4\}$ dont la loi de probabilité est donnée par le tableau suivant :

x_i	-2	-1	0	4
$p(X = x_i)$	0,1	0,5	0,2	0,2

Pour calculer la variance, il faut déjà connaître l'espérance. Ici, on a

$$E(X) = 0{,}1 \times (-2) + 0{,}5 \times (-1) + 0{,}2 \times 0 + 0{,}2 \times 4$$

Exemple 21

Considérons une variable aléatoire sur un univers Ω telle que $X(\Omega) = \{-2\,;-1\,;0\,;4\}$ dont la loi de probabilité est donnée par le tableau suivant :

x_i	-2	-1	0	4
$p(X = x_i)$	$0{,}1$	$0{,}5$	$0{,}2$	$0{,}2$

Pour calculer la variance, il faut déjà connaître l'espérance. Ici, on a

$$E(X) = 0{,}1 \times (-2) + 0{,}5 \times (-1) + 0{,}2 \times 0 + 0{,}2 \times 4 = 0{,}1.$$

Exemple 21

Considérons une variable aléatoire sur un univers Ω telle que $X(\Omega) = \{-2\,; -1\,; 0\,; 4\}$ dont la loi de probabilité est donnée par le tableau suivant :

x_i	-2	-1	0	4
$p(X = x_i)$	0,1	0,5	0,2	0,2

Pour calculer la variance, il faut déjà connaître l'espérance. Ici, on a

$$E(X) = 0{,}1 \times (-2) + 0{,}5 \times (-1) + 0{,}2 \times 0 + 0{,}2 \times 4 = 0{,}1.$$

Dès lors, la variance est

Exemple 21

Considérons une variable aléatoire sur un univers Ω telle que $X(\Omega) = \{-2\,;-1\,;0\,;4\}$ dont la loi de probabilité est donnée par le tableau suivant :

x_i	-2	-1	0	4
$p(X = x_i)$	$0{,}1$	$0{,}5$	$0{,}2$	$0{,}2$

Pour calculer la variance, il faut déjà connaître l'espérance. Ici, on a

$$E(X) = 0{,}1 \times (-2) + 0{,}5 \times (-1) + 0{,}2 \times 0 + 0{,}2 \times 4 = 0{,}1.$$

Dès lors, la variance est

$$V(X) = 0{,}1 \times (-2 - 0{,}1)^2 + 0{,}5 \times (-1 - 0{,}1)^2 + 0{,}2 \times (0 - 0{,}1)^2 + 0{,}2 \times (4 - 0{,}1)^2$$

Exemple 21

Considérons une variable aléatoire sur un univers Ω telle que $X(\Omega) = \{-2\,;-1\,;0\,;4\}$ dont la loi de probabilité est donnée par le tableau suivant :

x_i	-2	-1	0	4
$p(X = x_i)$	$0{,}1$	$0{,}5$	$0{,}2$	$0{,}2$

Pour calculer la variance, il faut déjà connaître l'espérance. Ici, on a

$$E(X) = 0{,}1 \times (-2) + 0{,}5 \times (-1) + 0{,}2 \times 0 + 0{,}2 \times 4 = 0{,}1.$$

Dès lors, la variance est

$$\begin{aligned} V(X) &= 0{,}1 \times (-2 - 0{,}1)^2 + 0{,}5 \times (-1 - 0{,}1)^2 + 0{,}2 \times (0 - 0{,}1)^2 + 0{,}2 \times (4 - 0{,}1)^2 \\ &= 4{,}09 \end{aligned}$$

Exemple 21

Considérons une variable aléatoire sur un univers Ω telle que $X(\Omega) = \{-2\,;-1\,;0\,;4\}$ dont la loi de probabilité est donnée par le tableau suivant :

x_i	-2	-1	0	4
$p(X = x_i)$	$0{,}1$	$0{,}5$	$0{,}2$	$0{,}2$

Pour calculer la variance, il faut déjà connaître l'espérance. Ici, on a

$$E(X) = 0{,}1 \times (-2) + 0{,}5 \times (-1) + 0{,}2 \times 0 + 0{,}2 \times 4 = 0{,}1.$$

Dès lors, la variance est

$$\begin{aligned} V(X) &= 0{,}1 \times (-2 - 0{,}1)^2 + 0{,}5 \times (-1 - 0{,}1)^2 + 0{,}2 \times (0 - 0{,}1)^2 + 0{,}2 \times (4 - 0{,}1)^2 \\ &= 4{,}09 \end{aligned}$$

et donc l'écart-type est

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{4{,}09} \approx 2{,}02.$$

Théorème 22 (Formule de König-Huygens)

Soit X *une variable aléatoire. On note* X^2 *la variable définie sur* Ω *par* $X^2(t) = [X(t)]^2$ *pour tout* $t \in \Omega$. *Alors,*

$$V(X) = E(X^2) - E(X)^2.$$

Démonstration.

Écrivons $X(\Omega) = \{x_1, x_2, ..., x_k\}$ et notons, pour tout entier i entre 1 et k, $P(X = x_i) = p_i$.

Démonstration.

Écrivons $X(\Omega) = \{x_1, x_2, ..., x_k\}$ et notons, pour tout entier i entre 1 et k, $P(X = x_i) = p_i$. Alors, pour tout entier i entre 1 et k,

$$(x_i - E(X))^2 =$$

Démonstration.

Écrivons $X(\Omega) = \{x_1, x_2, ..., x_k\}$ et notons, pour tout entier i entre 1 et k, $P(X = x_i) = p_i$. Alors, pour tout entier i entre 1 et k,

$$(x_i - E(X))^2 = x_i^2 - 2x_iE(X) + E(X)^2$$

Démonstration.

Écrivons $X(\Omega) = \{x_1, x_2, ..., x_k\}$ et notons, pour tout entier i entre 1 et k, $P(X = x_i) = p_i$. Alors, pour tout entier i entre 1 et k,

$$(x_i - E(X))^2 = x_i^2 - 2x_iE(X) + E(X)^2$$

donc

$$V(X) = p_1\left[x_1^2 - 2x_1E(X) + E(X)^2\right] + \cdots + p_k\left[x_k^2 - 2x_kE(X) + E(X)^2\right]$$

Démonstration.

Écrivons $X(\Omega) = \{x_1, x_2, ..., x_k\}$ et notons, pour tout entier i entre 1 et k, $P(X = x_i) = p_i$. Alors, pour tout entier i entre 1 et k,

$$(x_i - E(X))^2 = x_i^2 - 2x_iE(X) + E(X)^2$$

donc

$$\begin{aligned} V(X) &= p_1\left[x_1^2 - 2x_1E(X) + E(X)^2\right] + \cdots + p_k\left[x_k^2 - 2x_kE(X) + E(X)^2\right] \\ &= p_1x_1^2 - 2p_1x_1E(X) + p_1E(X)^2 + \cdots + p_kx_k^2 - 2p_kx_kE(X) + p_kE(X)^2 \end{aligned}$$

Démonstration.

Écrivons $X(\Omega) = \{x_1, x_2, ..., x_k\}$ et notons, pour tout entier i entre 1 et k, $P(X = x_i) = p_i$. Alors, pour tout entier i entre 1 et k,

$$(x_i - E(X))^2 = x_i^2 - 2x_iE(X) + E(X)^2$$

donc

$$\begin{aligned}
V(X) &= p_1\left[x_1^2 - 2x_1E(X) + E(X)^2\right] + \cdots + p_k\left[x_k^2 - 2x_kE(X) + E(X)^2\right] \\
&= p_1x_1^2 - 2p_1x_1E(X) + p_1E(X)^2 + \cdots + p_kx_k^2 - 2p_kx_kE(X) + p_kE(X)^2 \\
&= p_1x_1^2 + \cdots + p_kx_k^2 - 2(p_1x_1 + \cdots + p_kx_k)E(X) + (p_1 + \cdots + p_k)E(X)^2
\end{aligned}$$

Démonstration.

Écrivons $X(\Omega) = \{x_1, x_2, ..., x_k\}$ et notons, pour tout entier i entre 1 et k, $P(X = x_i) = p_i$. Alors, pour tout entier i entre 1 et k,

$$(x_i - E(X))^2 = x_i^2 - 2x_iE(X) + E(X)^2$$

donc

$$\begin{aligned} V(X) &= p_1\left[x_1^2 - 2x_1E(X) + E(X)^2\right] + \cdots + p_k\left[x_k^2 - 2x_kE(X) + E(X)^2\right] \\ &= p_1x_1^2 - 2p_1x_1E(X) + p_1E(X)^2 + \cdots + p_kx_k^2 - 2p_kx_kE(X) + p_kE(X)^2 \\ &= p_1x_1^2 + \cdots + p_kx_k^2 - 2(p_1x_1 + \cdots + p_kx_k)E(X) + (p_1 + \cdots + p_k)E(X)^2 \\ &= E(X^2) - 2 \times E(X) \times E(X) + 1 \times E(X)^2 \end{aligned}$$

Démonstration.

Écrivons $X(\Omega) = \{x_1, x_2, ..., x_k\}$ et notons, pour tout entier i entre 1 et k, $P(X = x_i) = p_i$. Alors, pour tout entier i entre 1 et k,

$$(x_i - E(X))^2 = x_i^2 - 2x_iE(X) + E(X)^2$$

donc

$$\begin{aligned}
V(X) &= p_1\left[x_1^2 - 2x_1E(X) + E(X)^2\right] + \cdots + p_k\left[x_k^2 - 2x_kE(X) + E(X)^2\right] \\
&= p_1x_1^2 - 2p_1x_1E(X) + p_1E(X)^2 + \cdots + p_kx_k^2 - 2p_kx_kE(X) + p_kE(X)^2 \\
&= p_1x_1^2 + \cdots + p_kx_k^2 - 2(p_1x_1 + \cdots + p_kx_k)E(X) + (p_1 + \cdots + p_k)E(X)^2 \\
&= E(X^2) - 2 \times E(X) \times E(X) + 1 \times E(X)^2 \\
&= E(X^2) - E(X)^2
\end{aligned}$$

Démonstration.

Écrivons $X(\Omega) = \{x_1, x_2, ..., x_k\}$ et notons, pour tout entier i entre 1 et k, $P(X = x_i) = p_i$. Alors, pour tout entier i entre 1 et k,

$$(x_i - E(X))^2 = x_i^2 - 2x_iE(X) + E(X)^2$$

donc

$$\begin{aligned}
V(X) &= p_1\left[x_1^2 - 2x_1E(X) + E(X)^2\right] + \cdots + p_k\left[x_k^2 - 2x_kE(X) + E(X)^2\right] \\
&= p_1x_1^2 - 2p_1x_1E(X) + p_1E(X)^2 + \cdots + p_kx_k^2 - 2p_kx_kE(X) + p_kE(X)^2 \\
&= p_1x_1^2 + \cdots + p_kx_k^2 - 2(p_1x_1 + \cdots + p_kx_k)E(X) + (p_1 + \cdots + p_k)E(X)^2 \\
&= E(X^2) - 2 \times E(X) \times E(X) + 1 \times E(X)^2 \\
&= E(X^2) - E(X)^2
\end{aligned}$$

$\square$

Exemple 23

On reprend la situation de l'exemple 21.

Exemple 23

On reprend la situation de l'exemple 21. Alors, la loi de variable X^2 est

x_i	$(-2)^2$	$(-1)^2$	0^2	4^2
$p(X = x_i)$	0,1	0,5	0,2	0,2

Exemple 23

On reprend la situation de l'exemple 21. Alors, la loi de variable X^2 est

x_i	$(-2)^2$	$(-1)^2$	0^2	4^2
$p(X = x_i)$	0,1	0,5	0,2	0,2

i.e.

x_i	0	1	4	16
$p(X = x_i)$	0,2	0,5	0,1	0,2

Exemple 23

On reprend la situation de l'exemple 21. Alors, la loi de variable X^2 est

x_i	$(-2)^2$	$(-1)^2$	0^2	4^2
$p(X = x_i)$	$0{,}1$	$0{,}5$	$0{,}2$	$0{,}2$

i.e.

x_i	0	1	4	16
$p(X = x_i)$	$0{,}2$	$0{,}5$	$0{,}1$	$0{,}2$

donc, par la formule de König-Huygens,

Exemple 23

On reprend la situation de l'exemple 21. Alors, la loi de variable X^2 est

x_i	$(-2)^2$	$(-1)^2$	0^2	4^2
$p(X = x_i)$	0,1	0,5	0,2	0,2

i.e.

x_i	0	1	4	16
$p(X = x_i)$	0,2	0,5	0,1	0,2

donc, par la formule de König-Huygens,

$$V(X) = E(X^2) - E(X)^2$$

Exemple 23

On reprend la situation de l'exemple 21. Alors, la loi de variable X^2 est

x_i	$(-2)^2$	$(-1)^2$	0^2	4^2
$p(X = x_i)$	$0{,}1$	$0{,}5$	$0{,}2$	$0{,}2$

i.e.

x_i	0	1	4	16
$p(X = x_i)$	$0{,}2$	$0{,}5$	$0{,}1$	$0{,}2$

donc, par la formule de König-Huygens,

$$V(X) = E(X^2) - E(X)^2 = 0{,}2\times 0 + 0{,}5\times 1 + 0{,}1\times 4 + 0{,}2\times 16 - 0{,}1^2$$

Exemple 23

On reprend la situation de l'exemple 21. Alors, la loi de variable X^2 est

x_i	$(-2)^2$	$(-1)^2$	0^2	4^2
$p(X = x_i)$	0,1	0,5	0,2	0,2

i.e.

x_i	0	1	4	16
$p(X = x_i)$	0,2	0,5	0,1	0,2

donc, par la formule de König-Huygens,

$$V(X) = E(X^2) - E(X)^2 = 0{,}2 \times 0 + 0{,}5 \times 1 + 0{,}1 \times 4 + 0{,}2 \times 16 - 0{,}1^2 = 4{,}09$$

Exemple 23

On reprend la situation de l'exemple 21. Alors, la loi de variable X^2 est

x_i	$(-2)^2$	$(-1)^2$	0^2	4^2
$p(X = x_i)$	0,1	0,5	0,2	0,2

i.e.

x_i	0	1	4	16
$p(X = x_i)$	0,2	0,5	0,1	0,2

donc, par la formule de König-Huygens,

$$V(X) = E(X^2) - E(X)^2 = 0{,}2 \times 0 + 0{,}5 \times 1 + 0{,}1 \times 4 + 0{,}2 \times 16 - 0{,}1^2 = 4{,}09$$

et on retrouve bien le résultat précédent.

Propriété 24

Soit X une variable aléatoire définie sur un univers Ω fini. Soit a et b deux réels. Alors,

1. $E(aX + b) = aE(X) + b$ (linéarité de l'espérance)

Propriété 24

Soit X une variable aléatoire définie sur un univers Ω fini. Soit a et b deux réels. Alors,

1. $E(aX + b) = aE(X) + b$ (linéarité de l'espérance)
2. $V(aX + b) = a^2V(X)$

Propriété 24

Soit X une variable aléatoire définie sur un univers Ω fini. Soit a et b deux réels. Alors,

1. $E(aX + b) = aE(X) + b$ (linéarité de l'espérance)
2. $V(aX + b) = a^2 V(X)$
3. $\sigma(aX + b) = |a| \sigma(X)$

Propriété 24

Soit X une variable aléatoire définie sur un univers Ω fini. Soit a et b deux réels. Alors,

1. $E(aX+b) = aE(X) + b$ (linéarité de l'espérance)
2. $V(aX+b) = a^2 V(X)$
3. $\sigma(aX+b) = |a|\,\sigma(X)$

Démonstration.

Voir le polycopié. $\square$

Exemple 25

Soit X une variable aléatoire telle que $E(X) = 1$ et $\sigma(X) = 2$. Comment modifier X pour obtenir une variable Y telle que $E(Y) = 0$ et $\sigma(Y) = 1$?

Exemple 25

Soit X une variable aléatoire telle que $E(X) = 1$ et $\sigma(X) = 2$.
Comment modifier X pour obtenir une variable Y telle que $E(Y) = 0$ et $\sigma(Y) = 1$?
On peut chercher Y sous la forme $Y = aX + b$.

Exemple 25

Soit X une variable aléatoire telle que $E(X) = 1$ et $\sigma(X) = 2$.
Comment modifier X pour obtenir une variable Y telle que $E(Y) = 0$ et $\sigma(Y) = 1$?
On peut chercher Y sous la forme $Y = aX + b$. Alors,
$E(Y) = aE(X) + b = a + b$ et $\sigma(Y) = |a|\,\sigma(X) = 2\,|a|$.

Exemple 25

Soit X une variable aléatoire telle que $E(X) = 1$ et $\sigma(X) = 2$. Comment modifier X pour obtenir une variable Y telle que $E(Y) = 0$ et $\sigma(Y) = 1$?
On peut chercher Y sous la forme $Y = aX + b$. Alors, $E(Y) = aE(X) + b = a + b$ et $\sigma(Y) = |a|\,\sigma(X) = 2\,|a|$. On cherche donc a et b tels que $a + b = 0$ et $2\,|a| = 1$.

Exemple 25

Soit X une variable aléatoire telle que $E(X) = 1$ et $\sigma(X) = 2$. Comment modifier X pour obtenir une variable Y telle que $E(Y) = 0$ et $\sigma(Y) = 1$?
On peut chercher Y sous la forme $Y = aX + b$. Alors, $E(Y) = aE(X) + b = a + b$ et $\sigma(Y) = |a|\,\sigma(X) = 2\,|a|$. On cherche donc a et b tels que $a + b = 0$ et $2\,|a| = 1$. On peut choisir $a = \frac{1}{2}$ et $b = -\frac{1}{2}$.

Exemple 25

Soit X une variable aléatoire telle que $E(X) = 1$ et $\sigma(X) = 2$. Comment modifier X pour obtenir une variable Y telle que $E(Y) = 0$ et $\sigma(Y) = 1$?
On peut chercher Y sous la forme $Y = aX + b$. Alors, $E(Y) = aE(X) + b = a + b$ et $\sigma(Y) = |a|\,\sigma(X) = 2\,|a|$. On cherche donc a et b tels que $a + b = 0$ et $2\,|a| = 1$. On peut choisir $a = \frac{1}{2}$ et $b = -\frac{1}{2}$. Ainsi, la variable $Y = \frac{1}{2}X - \frac{1}{2}$ a une espérance égale à 0 et un écart-type égal à 1.