III. Équations de cercles

III. Équations de cercles

Définition 19

Soit un réel $R > 0$ et A un point du plan. Le cercle de centre A et de rayon R, noté $\mathscr{C}(A, R)$, est l'ensemble des points M du plan tels que $AM = R$.

III. Équations de cercles

Définition 19

Soit un réel $R > 0$ et A un point du plan. Le cercle de centre A et de rayon R, noté $\mathscr{C}(A, R)$, est l'ensemble des points M du plan tels que $AM = R$.

Remarque 20

On considère parfois que le cercle de centre A et rayon 0 est réduit au seul point A.

Propriété 21

Soit A et B deux points du plan. L'ensemble de points M du plan tels que $\overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{MB}$ sont orthogonaux est le cercle de diamètre $[AB]$ i.e. le cercle de centre I, milieu de $[AB]$, et de rayon $\frac{AB}{2}$.

Démonstration.

Démonstration.

Notons $\mathcal{E}$ l'ensemble des points M du plan tels $\overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{MB}$ soient orthogonaux.

Démonstration.

Notons $\mathcal{E}$ l'ensemble des points M du plan tels $\overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{MB}$ soient orthogonaux. Notons I le milieu de $[AB]$.

Démonstration.

Notons $\mathcal{E}$ l'ensemble des points M du plan tels $\overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{MB}$ soient orthogonaux. Notons I le milieu de $[AB]$. Alors,

Démonstration.

Notons $\mathcal{E}$ l'ensemble des points M du plan tels $\overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{MB}$ soient orthogonaux. Notons I le milieu de $[AB]$. Alors,

$$M \in \mathcal{E} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$$

Démonstration.

Notons $\mathcal{E}$ l'ensemble des points M du plan tels $\overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{MB}$ soient orthogonaux. Notons I le milieu de $[AB]$. Alors,

$$M \in \mathcal{E} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0 \Leftrightarrow \left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}\right) \cdot \left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}\right) = 0$$

Démonstration.

Notons $\mathcal{E}$ l'ensemble des points M du plan tels $\overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{MB}$ soient orthogonaux. Notons I le milieu de $[AB]$. Alors,

$$\begin{aligned} M \in \mathcal{E} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0 &\Leftrightarrow \left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}\right) \cdot \left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}\right) = 0 \\ &\Leftrightarrow \overrightarrow{MI}^2 + \overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IB} = 0 \end{aligned}$$

Démonstration.

Notons $\mathcal{E}$ l'ensemble des points M du plan tels $\overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{MB}$ soient orthogonaux. Notons I le milieu de $[AB]$. Alors,

$$\begin{aligned}
M \in \mathcal{E} &\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0 \Leftrightarrow \left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}\right) \cdot \left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}\right) = 0 \\
&\Leftrightarrow \overrightarrow{MI}^2 + \overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IB} = 0 \\
&\Leftrightarrow \overrightarrow{MI}^2 + \overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IA} \cdot \left(-\overrightarrow{IA}\right) = 0
\end{aligned}$$

Démonstration.

Notons $\mathcal{E}$ l'ensemble des points M du plan tels $\overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{MB}$ soient orthogonaux. Notons I le milieu de $[AB]$. Alors,

$$\begin{aligned}
M \in \mathcal{E} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0 &\Leftrightarrow \left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}\right) \cdot \left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}\right) = 0 \\
&\Leftrightarrow \overrightarrow{MI}^2 + \overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IB} = 0 \\
&\Leftrightarrow \overrightarrow{MI}^2 + \overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IA} \cdot \left(-\overrightarrow{IA}\right) = 0 \\
&\Leftrightarrow MI^2 + \overrightarrow{MI} \cdot \left(\underbrace{\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IA}}_{=\overrightarrow{0}}\right) - \overrightarrow{IA}^2 = 0
\end{aligned}$$

Démonstration.

Notons $\mathcal{E}$ l'ensemble des points M du plan tels $\overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{MB}$ soient orthogonaux. Notons I le milieu de $[AB]$. Alors,

$$\begin{aligned}
M \in \mathcal{E} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0 &\Leftrightarrow \left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}\right) \cdot \left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}\right) = 0 \\
&\Leftrightarrow \overrightarrow{MI}^2 + \overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IB} = 0 \\
&\Leftrightarrow \overrightarrow{MI}^2 + \overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IA} \cdot \left(-\overrightarrow{IA}\right) = 0 \\
&\Leftrightarrow MI^2 + \overrightarrow{MI} \cdot \left(\underbrace{\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IA}}_{=\overrightarrow{0}}\right) - \overrightarrow{IA}^2 = 0 \Leftrightarrow MI^2 - IA^2 = 0
\end{aligned}$$

Démonstration.

Notons $\mathcal{E}$ l'ensemble des points M du plan tels $\overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{MB}$ soient orthogonaux. Notons I le milieu de $[AB]$. Alors,

$$\begin{aligned}
M \in \mathcal{E} &\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0 \Leftrightarrow \left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}\right) \cdot \left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}\right) = 0 \\
&\Leftrightarrow \overrightarrow{MI}^2 + \overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IB} = 0 \\
&\Leftrightarrow \overrightarrow{MI}^2 + \overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IA} \cdot \left(-\overrightarrow{IA}\right) = 0 \\
&\Leftrightarrow MI^2 + \overrightarrow{MI} \cdot \left(\underbrace{\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IA}}_{=\overrightarrow{0}}\right) - \overrightarrow{IA}^2 = 0 \Leftrightarrow MI^2 - IA^2 = 0 \\
&\Leftrightarrow MI^2 = IA^2
\end{aligned}$$

Démonstration.

Notons $\mathcal{E}$ l'ensemble des points M du plan tels $\overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{MB}$ soient orthogonaux. Notons I le milieu de $[AB]$. Alors,

$$
\begin{aligned}
M \in \mathcal{E} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0 &\Leftrightarrow \left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}\right) \cdot \left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}\right) = 0 \\
&\Leftrightarrow \overrightarrow{MI}^2 + \overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IB} = 0 \\
&\Leftrightarrow \overrightarrow{MI}^2 + \overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IA} \cdot \left(-\overrightarrow{IA}\right) = 0 \\
&\Leftrightarrow MI^2 + \overrightarrow{MI} \cdot \left(\underbrace{\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IA}}_{=\overrightarrow{0}}\right) - \overrightarrow{IA}^2 = 0 \Leftrightarrow MI^2 - IA^2 = 0 \\
&\Leftrightarrow MI^2 = IA^2 \Leftrightarrow IM = IA
\end{aligned}
$$

Démonstration.

Notons $\mathcal{E}$ l'ensemble des points M du plan tels $\overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{MB}$ soient orthogonaux. Notons I le milieu de $[AB]$. Alors,

$$\begin{aligned} M \in \mathcal{E} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0 \Leftrightarrow \left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}\right) \cdot \left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}\right) = 0 \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{MI}^2 + \overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IB} = 0 \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{MI}^2 + \overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IA} \cdot \left(-\overrightarrow{IA}\right) = 0 \\ \Leftrightarrow MI^2 + \overrightarrow{MI} \cdot \left(\underbrace{\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IA}}_{=\overrightarrow{0}}\right) - \overrightarrow{IA}^2 = 0 \Leftrightarrow MI^2 - IA^2 = 0 \\ \Leftrightarrow MI^2 = IA^2 \Leftrightarrow IM = IA \end{aligned}$$

Ainsi, $\mathcal{E}$ est le cercle de centre I et de rayon IA, autrement dit le cercle de diamètre $[AB]$. $\square$

Propriété 22

Soit un réel $R > 0$ et $A\,(x_A\,;y_A)$ un point du plan. Alors, un point $M\,(x\,;y)$ appartient à $\mathscr{C}(A,R)$ si et seulement si $(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 = R^2$.

Propriété 22

Soit un réel $R > 0$ et $A\,(x_A\,; y_A)$ un point du plan. Alors, un point $M\,(x\,; y)$ appartient à $\mathscr{C}(A, R)$ si et seulement si $(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 = R^2$.

Démonstration.

Propriété 22

Soit un réel $R > 0$ et $A\,(x_A\,;y_A)$ un point du plan. Alors, un point $M\,(x\,;y)$ appartient à $\mathscr{C}(A, R)$ si et seulement si $(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 = R^2$.

Démonstration.

Par définition, $M\,(x\,;y) \in \mathscr{C}(A, R)$ si et seulement si $AM = R$.

Propriété 22

Soit un réel $R > 0$ et $A\,(x_A\,;y_A)$ un point du plan. Alors, un point $M\,(x\,;y)$ appartient à $\mathscr{C}(A,R)$ si et seulement si $(x-x_A)^2+(y-y_A)^2=R^2$.

Démonstration.

Par définition, $M\,(x\,;y) \in \mathscr{C}(A,R)$ si et seulement si $AM = R$.
Comme AM et R sont des nombres positifs, cela équivaut à $AM^2 = R^2$.

Propriété 22

Soit un réel $R > 0$ et $A\,(x_A\,;y_A)$ un point du plan. Alors, un point $M\,(x\,;y)$ appartient à $\mathscr{C}(A,R)$ si et seulement si $(x-x_A)^2+(y-y_A)^2=R^2$.

Démonstration.

Par définition, $M\,(x\,;y) \in \mathscr{C}(A,R)$ si et seulement si $AM=R$. Comme AM et R sont des nombres positifs, cela équivaut à $AM^2=R^2$. Or, $AM^2=(x-x_A)^2+(y-y_A)^2$

Propriété 22

Soit un réel $R > 0$ et $A\,(x_A\,;y_A)$ un point du plan. Alors, un point $M\,(x\,;y)$ appartient à $\mathscr{C}(A,R)$ si et seulement si $(x-x_A)^2+(y-y_A)^2=R^2$.

Démonstration.

Par définition, $M\,(x\,;y)\in\mathscr{C}(A,R)$ si et seulement si $AM=R$. Comme AM et R sont des nombres positifs, cela équivaut à $AM^2=R^2$. Or, $AM^2=(x-x_A)^2+(y-y_A)^2$ donc finalement $M\,(x\,;y)\in\mathscr{C}(A,R)$ si et seulement si $(x-x_A)^2+(y-y_A)^2=R^2$. $\square$

Propriété 22

Soit un réel $R > 0$ et $A\,(x_A\,;y_A)$ un point du plan. Alors, un point $M\,(x\,;y)$ appartient à $\mathscr{C}(A,R)$ si et seulement si $(x-x_A)^2+(y-y_A)^2=R^2$.

Démonstration.

Par définition, $M\,(x\,;y) \in \mathscr{C}(A,R)$ si et seulement si $AM = R$. Comme AM et R sont des nombres positifs, cela équivaut à $AM^2 = R^2$. Or, $AM^2 = (x-x_A)^2+(y-y_A)^2$ donc finalement $M\,(x\,;y) \in \mathscr{C}(A,R)$ si et seulement si
$(x-x_A)^2+(y-y_A)^2=R^2$. □

Définition 23

On dit que l'équation $(x-x_A)^2+(y-y_A)^2=R^2$ est l'équation cartésienne réduite du cercle $\mathscr{C}(A,R)$.

Exemple 24

Exemple 24

1. Le cercle de centre $A\,(-2\,;3)$ et de rayon $R = 4$ a pour équation réduite $(x-(-2))^2+(y-3)^2 = 4^2$ i.e. $(x+2)^2+(y-3)^2 = 16$.

Exemple 24

1. Le cercle de centre $A\,(-2\,;3)$ et de rayon $R = 4$ a pour équation réduite $(x-(-2))^2+(y-3)^2 = 4^2$ i.e. $(x+2)^2+(y-3)^2 = 16$.
2. L'équation $(x+1)^2+(y+8)^2 = 5$ est l'équation réduite du cercle de centre $A\,(-1\,;-8)$ et de rayon $\sqrt{5}$ (car elle peut se réécrire $(x-(-1))^2+(y-(-8))^2 = \sqrt{5}^2$.

Exemple 24

1. Le cercle de centre $A\,(-2\,;3)$ et de rayon $R = 4$ a pour équation réduite $(x-(-2))^2+(y-3)^2 = 4^2$ i.e. $(x+2)^2+(y-3)^2 = 16$.
2. L'équation $(x+1)^2+(y+8)^2 = 5$ est l'équation réduite du cercle de centre $A\,(-1\,;-8)$ et de rayon $\sqrt{5}$ (car elle peut se réécrire $(x-(-1))^2+(y-(-8))^2 = \sqrt{5}^2$.
3. Le cercle trigonométrique a pour équation réduite $(x-0)^2+(y-0)^2 = 1^2$ i.e. $x^2+y^2 = 1$.

Propriété 25

Soit u, v et w des réels quelconques. Alors, l'ensemble $\mathscr{E}$ des points $M\,(x\,;y)$ du plan tels que $x^2+y^2+ux+vy+w=0$ est soit un cercle, soit un point, soit l'ensemble vide.

Démonstration.

Démonstration. Remarquons que $x^2 + ux$ est un polynôme du second degré en x.

Démonstration. Remarquons que $x^2 + ux$ est un polynôme du second degré en x. Sa forme canonique est $(x + \frac{u}{2})^2 - \frac{u^2}{4}$.

Démonstration. Remarquons que $x^2 + ux$ est un polynôme du second degré en x. Sa forme canonique est $(x + \frac{u}{2})^2 - \frac{u^2}{4}$. De même, $y^2 + vy$ est un polynôme du second degré en y et sa forme canonique est $(y + \frac{v}{2})^2 - \frac{v^2}{4}$.

Démonstration. Remarquons que $x^2 + ux$ est un polynôme du second degré en x. Sa forme canonique est $(x + \frac{u}{2})^2 - \frac{u^2}{4}$. De même, $y^2 + vy$ est un polynôme du second degré en y et sa forme canonique est $(y + \frac{v}{2})^2 - \frac{v^2}{4}$. On a donc

Démonstration. Remarquons que $x^2 + ux$ est un polynôme du second degré en x. Sa forme canonique est $(x + \frac{u}{2})^2 - \frac{u^2}{4}$. De même, $y^2 + vy$ est un polynôme du second degré en y et sa forme canonique est $(y + \frac{v}{2})^2 - \frac{v^2}{4}$. On a donc

$$M\,(x\,;y) \in \mathscr{E}$$

Démonstration. Remarquons que $x^2 + ux$ est un polynôme du second degré en x. Sa forme canonique est $(x + \frac{u}{2})^2 - \frac{u^2}{4}$. De même, $y^2 + vy$ est un polynôme du second degré en y et sa forme canonique est $(y + \frac{v}{2})^2 - \frac{v^2}{4}$. On a donc

$$M\,(x\,;y) \in \mathscr{E} \Leftrightarrow x^2 + y^2 + ux + vy + w = 0$$

Démonstration. Remarquons que $x^2 + ux$ est un polynôme du second degré en x. Sa forme canonique est $(x + \frac{u}{2})^2 - \frac{u^2}{4}$. De même, $y^2 + vy$ est un polynôme du second degré en y et sa forme canonique est $(y + \frac{v}{2})^2 - \frac{v^2}{4}$. On a donc

$$\begin{aligned} M\,(x\,;y) \in \mathscr{E} &\Leftrightarrow x^2 + y^2 + ux + vy + w = 0 \\ &\Leftrightarrow \left(x + \frac{u}{2}\right)^2 - \frac{u^2}{4} + \left(y + \frac{v}{2}\right)^2 - \frac{v^2}{4} + w = 0 \end{aligned}$$

Démonstration. Remarquons que $x^2 + ux$ est un polynôme du second degré en x. Sa forme canonique est $(x + \frac{u}{2})^2 - \frac{u^2}{4}$. De même, $y^2 + vy$ est un polynôme du second degré en y et sa forme canonique est $(y + \frac{v}{2})^2 - \frac{v^2}{4}$. On a donc

$$\begin{aligned} M\,(x\,;y) \in \mathscr{E} &\Leftrightarrow x^2 + y^2 + ux + vy + w = 0 \\ &\Leftrightarrow \left(x + \frac{u}{2}\right)^2 - \frac{u^2}{4} + \left(y + \frac{v}{2}\right)^2 - \frac{v^2}{4} + w = 0 \\ &\Leftrightarrow \left(x + \frac{u}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{v}{2}\right)^2 = \frac{u^2}{4} + \frac{v^2}{4} - w \end{aligned}$$

Démonstration. Remarquons que $x^2 + ux$ est un polynôme du second degré en x. Sa forme canonique est $(x + \frac{u}{2})^2 - \frac{u^2}{4}$. De même, $y^2 + vy$ est un polynôme du second degré en y et sa forme canonique est $(y + \frac{v}{2})^2 - \frac{v^2}{4}$. On a donc

$$\begin{aligned} M\,(x\,;y) \in \mathscr{E} &\Leftrightarrow x^2 + y^2 + ux + vy + w = 0 \\ &\Leftrightarrow \left(x + \frac{u}{2}\right)^2 - \frac{u^2}{4} + \left(y + \frac{v}{2}\right)^2 - \frac{v^2}{4} + w = 0 \\ &\Leftrightarrow \left(x + \frac{u}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{v}{2}\right)^2 = \frac{u^2}{4} + \frac{v^2}{4} - w \end{aligned}$$

Notons A le point de coordonnées $\left(-\frac{u}{2}\,;-\frac{v}{2}\right)$ et $T = \frac{u^2}{4} + \frac{v^2}{4} - w$.

Démonstration. Remarquons que $x^2 + ux$ est un polynôme du second degré en x. Sa forme canonique est $(x + \frac{u}{2})^2 - \frac{u^2}{4}$. De même, $y^2 + vy$ est un polynôme du second degré en y et sa forme canonique est $(y + \frac{v}{2})^2 - \frac{v^2}{4}$. On a donc

$$\begin{aligned} M\left(x\,;y\right) \in \mathscr{E} &\Leftrightarrow x^2 + y^2 + ux + vy + w = 0 \\ &\Leftrightarrow \left(x + \frac{u}{2}\right)^2 - \frac{u^2}{4} + \left(y + \frac{v}{2}\right)^2 - \frac{v^2}{4} + w = 0 \\ &\Leftrightarrow \left(x + \frac{u}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{v}{2}\right)^2 = \frac{u^2}{4} + \frac{v^2}{4} - w \end{aligned}$$

Notons A le point de coordonnées $\left(-\frac{u}{2}\,; -\frac{v}{2}\right)$ et $T = \frac{u^2}{4} + \frac{v^2}{4} - w$. On a donc

$$M\left(x\,;y\right) \in \mathscr{E} \Leftrightarrow \left(x - x_A\right)^2 + \left(y - y_A\right)^2 = T$$

Trois cas sont alors possibles :

Trois cas sont alors possibles :

- si $T < 0$

Trois cas sont alors possibles :

- si $T < 0$ alors $\mathscr{E} = \varnothing$

Trois cas sont alors possibles :

- si $T < 0$ alors $\mathscr{E} = \varnothing$ car, pour tous réels x et y, $(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 \geqslant 0$;

Trois cas sont alors possibles :

- si $T < 0$ alors $\mathscr{E} = \varnothing$ car, pour tous réels x et y, $(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 \geqslant 0$;
- si $T = 0$

Trois cas sont alors possibles :

- si $T < 0$ alors $\mathscr{E} = \varnothing$ car, pour tous réels x et y, $(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 \geqslant 0$;
- si $T = 0$ alors $\mathscr{E} = \{A\}$

Trois cas sont alors possibles :

- si $T < 0$ alors $\mathscr{E} = \varnothing$ car, pour tous réels x et y, $(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 \geqslant 0$;
- si $T = 0$ alors $\mathscr{E} = \{A\}$ car $(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 = 0$ si et seulement si $x - x_A = 0$ et $y - y_A = 0$ i.e. $x = x_A$ et $y = y_A$;

Trois cas sont alors possibles :

- si $T < 0$ alors $\mathscr{E} = \varnothing$ car, pour tous réels x et y, $(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 \geqslant 0$;
- si $T = 0$ alors $\mathscr{E} = \{A\}$ car $(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 = 0$ si et seulement si $x - x_A = 0$ et $y - y_A = 0$ i.e. $x = x_A$ et $y = y_A$;
- si $T > 0$

Trois cas sont alors possibles :

- si $T < 0$ alors $\mathscr{E} = \varnothing$ car, pour tous réels x et y, $(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 \geqslant 0$;
- si $T = 0$ alors $\mathscr{E} = \{A\}$ car $(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 = 0$ si et seulement si $x - x_A = 0$ et $y - y_A = 0$ i.e. $x = x_A$ et $y = y_A$;
- si $T > 0$ alors $\mathscr{E} = \mathscr{C}(A, \sqrt{T})$

Trois cas sont alors possibles :

- si $T < 0$ alors $\mathscr{E} = \varnothing$ car, pour tous réels x et y, $(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 \geqslant 0$;
- si $T = 0$ alors $\mathscr{E} = \{A\}$ car $(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 = 0$ si et seulement si $x - x_A = 0$ et $y - y_A = 0$ i.e. $x = x_A$ et $y = y_A$;
- si $T > 0$ alors $\mathscr{E} = \mathscr{C}(A, \sqrt{T})$ car $M \in \mathscr{E}$ si et seulement si $(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 = (\sqrt{T})^2$.

Remarque 26

Dans le cas où $\mathscr{E}$ est un cercle, on dit que $x^2 + y^2 + ux + vy + w = 0$ est une équation cartésienne (non réduite) de $\mathscr{C}$.

Remarque 26

Dans le cas où $\mathscr{E}$ est un cercle, on dit que $x^2 + y^2 + ux + vy + w = 0$ est une équation cartésienne (non réduite) de $\mathscr{C}$.

Exemple 27

Remarque 26

Dans le cas où $\mathscr{E}$ est un cercle, on dit que $x^2 + y^2 + ux + vy + w = 0$ est une équation cartésienne (non réduite) de $\mathscr{C}$.

Exemple 27

Dans chaque cas suivant, déterminer l'ensemble $\mathscr{E}$ des points $M\,(x\,;y)$ vérifiant l'équation donnée.

Remarque 26

Dans le cas où $\mathscr{E}$ est un cercle, on dit que $x^2 + y^2 + ux + vy + w = 0$ est une équation cartésienne (non réduite) de $\mathscr{C}$.

Exemple 27

Dans chaque cas suivant, déterminer l'ensemble $\mathscr{E}$ des points $M\,(x\,;y)$ vérifiant l'équation donnée.

1. $\mathscr{E} : x^2 + y^2 + 2x + 4y - 4 = 0$

Remarque 26

Dans le cas où $\mathscr{E}$ est un cercle, on dit que $x^2 + y^2 + ux + vy + w = 0$ est une équation cartésienne (non réduite) de $\mathscr{C}$.

Exemple 27

Dans chaque cas suivant, déterminer l'ensemble $\mathscr{E}$ des points $M\,(x\,;y)$ vérifiant l'équation donnée.

1. $\mathscr{E} : x^2 + y^2 + 2x + 4y - 4 = 0$
   On a
   $$x^2 + y^2 + 2x + 4y - 4 = 0$$

Remarque 26

Dans le cas où $\mathscr{E}$ est un cercle, on dit que $x^2+y^2+ux+vy+w=0$ est une équation cartésienne (non réduite) de $\mathscr{C}$.

Exemple 27

Dans chaque cas suivant, déterminer l'ensemble $\mathscr{E}$ des points $M\,(x\,;y)$ vérifiant l'équation donnée.

1. $\mathscr{E}: x^2+y^2+2x+4y-4=0$
   On a

$$x^2+y^2+2x+4y-4=0 \Leftrightarrow (x+1)^2-1+(y+2)^2-4-4=0$$

Remarque 26

Dans le cas où $\mathscr{E}$ est un cercle, on dit que $x^2 + y^2 + ux + vy + w = 0$ est une équation cartésienne (non réduite) de $\mathscr{C}$.

Exemple 27

Dans chaque cas suivant, déterminer l'ensemble $\mathscr{E}$ des points $M\,(x\,;y)$ vérifiant l'équation donnée.

1. $\mathscr{E} : x^2 + y^2 + 2x + 4y - 4 = 0$
   On a

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + 2x + 4y - 4 = 0 &\Leftrightarrow (x+1)^2 - 1 + (y+2)^2 - 4 - 4 = 0 \\ &\Leftrightarrow (x+1)^2 + (y+2)^2 = 9 \end{aligned}$$

Remarque 26

Dans le cas où $\mathscr{E}$ est un cercle, on dit que $x^2 + y^2 + ux + vy + w = 0$ est une équation cartésienne (non réduite) de $\mathscr{C}$.

Exemple 27

Dans chaque cas suivant, déterminer l'ensemble $\mathscr{E}$ des points $M\,(x\,;y)$ vérifiant l'équation donnée.

1. $\mathscr{E} : x^2 + y^2 + 2x + 4y - 4 = 0$
   On a

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + 2x + 4y - 4 = 0 &\Leftrightarrow (x+1)^2 - 1 + (y+2)^2 - 4 - 4 = 0 \\ &\Leftrightarrow (x+1)^2 + (y+2)^2 = 9 \\ &\Leftrightarrow (x-(-1))^2 + (y-(-2))^2 = 3^2 \end{aligned}$$

Remarque 26

Dans le cas où $\mathscr{E}$ est un cercle, on dit que $x^2 + y^2 + ux + vy + w = 0$ est une équation cartésienne (non réduite) de $\mathscr{C}$.

Exemple 27

Dans chaque cas suivant, déterminer l'ensemble $\mathscr{E}$ des points $M\,(x\,;y)$ vérifiant l'équation donnée.

1. $\mathscr{E} : x^2 + y^2 + 2x + 4y - 4 = 0$
   On a
   $$\begin{aligned} x^2 + y^2 + 2x + 4y - 4 = 0 &\Leftrightarrow (x+1)^2 - 1 + (y+2)^2 - 4 - 4 = 0 \\ &\Leftrightarrow (x+1)^2 + (y+2)^2 = 9 \\ &\Leftrightarrow (x-(-1))^2 + (y-(-2))^2 = 3^2 \end{aligned}$$
   donc $\mathscr{E}$ est le cercle de centre $A\,(-1\,;-2)$ et de rayon $R = 3$.

2. $\mathscr{E} : x^2 + y^2 + x - y + 1 = 0$

2. $\mathscr{E} : x^2 + y^2 + x - y + 1 = 0$
   On a

$$x^2 + y^2 + x - y + 1 = 0$$

2. $\mathscr{E} : x^2 + y^2 + x - y + 1 = 0$

On a

$$x^2 + y^2 + x - y + 1 = 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + 1 =$$

2. $\mathscr{E} : x^2 + y^2 + x - y + 1 = 0$

On a

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + x - y + 1 = 0 &\Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

2. $\mathscr{E} : x^2 + y^2 + x - y + 1 = 0$

On a

$$x^2 + y^2 + x - y + 1 = 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + 1 = 0$$
$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{1}{2}$$

donc $\mathscr{E}$ est $\varnothing$ car $-\frac{1}{2} < 0$.

2. $\mathscr{E} : x^2 + y^2 + x - y + 1 = 0$

   On a

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + x - y + 1 = 0 &\Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

   donc $\mathscr{E}$ est $\varnothing$ car $-\frac{1}{2} < 0$.

3. $\mathscr{E} : x^2 + y^2 - 4x + 6y + 13 = 0$

2. $\mathscr{E} : x^2 + y^2 + x - y + 1 = 0$
   On a

$$
\begin{aligned}
x^2 + y^2 + x - y + 1 = 0 &\Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + 1 = 0 \\
&\Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{1}{2}
\end{aligned}
$$

   donc $\mathscr{E}$ est $\varnothing$ car $-\frac{1}{2} < 0$.

3. $\mathscr{E} : x^2 + y^2 - 4x + 6y + 13 = 0$
   On a

$$x^2 + y^2 - 4x + 6y + 13 = 0$$

2. $\mathscr{E} : x^2 + y^2 + x - y + 1 = 0$
   On a

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + x - y + 1 = 0 &\Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

   donc $\mathscr{E}$ est $\varnothing$ car $-\frac{1}{2} < 0$.
3. $\mathscr{E} : x^2 + y^2 - 4x + 6y + 13 = 0$
   On a

$$x^2 + y^2 - 4x + 6y + 13 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)^2 - 4 + (y + 3)^2 - 9 + 13 = 0$$

2. $\mathscr{E} : x^2 + y^2 + x - y + 1 = 0$
On a

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + x - y + 1 = 0 &\Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

donc $\mathscr{E}$ est $\varnothing$ car $-\frac{1}{2} < 0$.

3. $\mathscr{E} : x^2 + y^2 - 4x + 6y + 13 = 0$
On a

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 - 4x + 6y + 13 = 0 &\Leftrightarrow (x-2)^2 - 4 + (y+3)^2 - 9 + 13 = 0 \\ &\Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+3)^2 = 0 \end{aligned}$$

2. $\mathscr{E} : x^2 + y^2 + x - y + 1 = 0$

   On a

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + x - y + 1 = 0 &\Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

   donc $\mathscr{E}$ est $\varnothing$ car $-\frac{1}{2} < 0$.

3. $\mathscr{E} : x^2 + y^2 - 4x + 6y + 13 = 0$

   On a

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 - 4x + 6y + 13 = 0 &\Leftrightarrow (x-2)^2 - 4 + (y+3)^2 - 9 + 13 = 0 \\ &\Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+3)^2 = 0 \\ &\Leftrightarrow x - 2 = 0 \text{ et } y + 3 = 0 \end{aligned}$$

2. $\mathscr{E} : x^2 + y^2 + x - y + 1 = 0$
   On a

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + x - y + 1 = 0 &\Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

   donc $\mathscr{E}$ est $\varnothing$ car $-\frac{1}{2} < 0$.
3. $\mathscr{E} : x^2 + y^2 - 4x + 6y + 13 = 0$
   On a

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 - 4x + 6y + 13 = 0 &\Leftrightarrow (x-2)^2 - 4 + (y+3)^2 - 9 + 13 = 0 \\ &\Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+3)^2 = 0 \\ &\Leftrightarrow x - 2 = 0 \text{ et } y + 3 = 0 \\ &\Leftrightarrow x = 2 \text{ et } y = -3 \end{aligned}$$

2. $\mathscr{E} : x^2 + y^2 + x - y + 1 = 0$

   On a

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + x - y + 1 = 0 &\Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

   donc $\mathscr{E}$ est $\varnothing$ car $-\frac{1}{2} < 0$.

3. $\mathscr{E} : x^2 + y^2 - 4x + 6y + 13 = 0$

   On a

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 - 4x + 6y + 13 = 0 &\Leftrightarrow (x-2)^2 - 4 + (y+3)^2 - 9 + 13 = 0 \\ &\Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+3)^2 = 0 \\ &\Leftrightarrow x - 2 = 0 \text{ et } y + 3 = 0 \\ &\Leftrightarrow x = 2 \text{ et } y = -3 \end{aligned}$$

   donc $\mathscr{E}$ est réduit au point $A\,(2\,;-3)$.

Exercice 28

Déterminer l'ensemble $\mathscr{E}$ des points $M\,(x\,;y)$ du plan tels que $x^3 + xy^2 + 4x^2 + xy - 5x = 0$.

Exercice 28

Déterminer l'ensemble $\mathscr{E}$ des points $M\,(x\,;y)$ du plan tels que $x^3 + xy^2 + 4x^2 + xy - 5x = 0$.

Solution. On a

Exercice 28

Déterminer l'ensemble $\mathscr{E}$ des points $M\,(x\,;y)$ du plan tels que $x^3 + xy^2 + 4x^2 + xy - 5x = 0$.

Solution. On a

$$x^3 + xy^2 + 4x^2 + xy - 5x = 0$$

Exercice 28

Déterminer l'ensemble $\mathscr{E}$ des points $M\,(x\,;y)$ du plan tels que $x^3 + xy^2 + 4x^2 + xy - 5x = 0$.

Solution. On a

$$x^3 + xy^2 + 4x^2 + xy - 5x = 0 \Leftrightarrow x\left(x^2 + y^2 + 4x + y - 5\right) = 0$$

Exercice 28

Déterminer l'ensemble $\mathscr{E}$ des points $M\left(x\,;y\right)$ du plan tels que $x^3+xy^2+4x^2+xy-5x=0$.

Solution. On a

$$\begin{aligned} x^3+xy^2+4x^2+xy-5x=0 &\Leftrightarrow x\left(x^2+y^2+4x+y-5\right)=0 \\ &\Leftrightarrow x=0 \text{ ou } x^2+y^2+4x+y-5=0 \end{aligned}$$

Exercice 28

Déterminer l'ensemble $\mathscr{E}$ des points $M\,(x\,;y)$ du plan tels que $x^3 + xy^2 + 4x^2 + xy - 5x = 0$.

Solution. On a

$$\begin{aligned} x^3 + xy^2 + 4x^2 + xy - 5x = 0 &\Leftrightarrow x\left(x^2 + y^2 + 4x + y - 5\right) = 0 \\ &\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x^2 + y^2 + 4x + y - 5 = 0 \end{aligned}$$

Or,

$$x^2 + y^2 + 4x + y - 5 = 0$$

Exercice 28

Déterminer l'ensemble $\mathscr{E}$ des points $M\,(x\,;y)$ du plan tels que $x^3 + xy^2 + 4x^2 + xy - 5x = 0$.

Solution. On a

$$x^3 + xy^2 + 4x^2 + xy - 5x = 0 \Leftrightarrow x\left(x^2 + y^2 + 4x + y - 5\right) = 0$$
$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x^2 + y^2 + 4x + y - 5 = 0$$

Or,

$$x^2 + y^2 + 4x + y - 5 = 0 \Leftrightarrow (x+2)^2 - 4 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} - 5 = 0$$

Exercice 28

Déterminer l'ensemble $\mathscr{E}$ des points $M\,(x\,;y)$ du plan tels que $x^3+xy^2+4x^2+xy-5x=0$.

Solution. On a

$$\begin{aligned} x^3+xy^2+4x^2+xy-5x=0 &\Leftrightarrow x\left(x^2+y^2+4x+y-5\right)=0 \\ &\Leftrightarrow x=0 \text{ ou } x^2+y^2+4x+y-5=0 \end{aligned}$$

Or,

$$\begin{aligned} x^2+y^2+4x+y-5=0 &\Leftrightarrow (x+2)^2-4+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}-5=0 \\ &\Leftrightarrow (x+2)^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{37}{4} \end{aligned}$$

Exercice 28

Déterminer l'ensemble $\mathscr{E}$ des points $M\,(x\,;y)$ du plan tels que $x^3 + xy^2 + 4x^2 + xy - 5x = 0$.

Solution. On a

$$\begin{aligned} x^3 + xy^2 + 4x^2 + xy - 5x = 0 &\Leftrightarrow x\left(x^2 + y^2 + 4x + y - 5\right) = 0 \\ &\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x^2 + y^2 + 4x + y - 5 = 0 \end{aligned}$$

Or,

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + 4x + y - 5 = 0 &\Leftrightarrow (x+2)^2 - 4 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} - 5 = 0 \\ &\Leftrightarrow (x+2)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{37}{4} \\ &\Leftrightarrow (x - (-2))^2 + \left(y - \left(-\frac{1}{2}\right)\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{37}}{2}\right)^2 \end{aligned}$$

Ainsi,

Ainsi,

$M\,(x\,;y) \in \mathcal{E}$

Ainsi,

$$M\,(x\,;y) \in \mathcal{E} \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } (x-(-2))^2+\left(y-\left(-\frac{1}{2}\right)\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{37}}{2}\right)^2$$

Ainsi,

$$M\,(x\,;y) \in \mathcal{E} \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } (x-(-2))^2+\left(y-\left(-\frac{1}{2}\right)\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{37}}{2}\right)^2$$

donc $\mathscr{E}$ est la réunion de l'axe des ordonnées et du cercle de centre $A\left(-2\,;-\frac{1}{2}\right)$ et de rayon $R = \frac{\sqrt{37}}{2}$.

Exercice 5 p. 279.

Exercice 5 p. 279. Une équation du cercle centre $\Omega\,(-9\,;3)$ et de rayon $\sqrt{5}$ est $(x-(-9))^2+(y-3)^2=\sqrt{5}^2$ i.e. $(x+9)^2+(y-3)^2=5$.

Exercice 5 p. 279. Une équation du cercle centre $\Omega\,(-9\,;3)$ et de rayon $\sqrt{5}$ est $(x-(-9))^2+(y-3)^2=\sqrt{5}^2$ i.e.
$(x+9)^2+(y-3)^2=5$.

Exercice 6 p. 279.

Exercice 5 p. 279. Une équation du cercle centre $\Omega\,(-9\,;3)$ et de rayon $\sqrt{5}$ est $(x-(-9))^2+(y-3)^2=\sqrt{5}^2$ i.e. $(x+9)^2+(y-3)^2=5$.

Exercice 6 p. 279. Si on note R le rayon du cercle de centre $\Omega\,(-4\,;-5)$ passant par $A\,(90\,;76)$ alors

Exercice 5 p. 279. Une équation du cercle centre $\Omega\,(-9\,;3)$ et de rayon $\sqrt{5}$ est $(x-(-9))^2+(y-3)^2=\sqrt{5}^2$ i.e. $(x+9)^2+(y-3)^2=5$.

Exercice 6 p. 279. Si on note R le rayon du cercle de centre $\Omega\,(-4\,;-5)$ passant par $A\,(90\,;76)$ alors

$$R^2=\Omega A^2=(90-(-4))^2+(76-(-5))^2=15397$$

Exercice 5 p. 279. Une équation du cercle centre $\Omega\,(-9\,;3)$ et de rayon $\sqrt{5}$ est $(x-(-9))^2+(y-3)^2=\sqrt{5}^2$ i.e. $(x+9)^2+(y-3)^2=5$.

Exercice 6 p. 279. Si on note R le rayon du cercle de centre $\Omega\,(-4\,;-5)$ passant par $A\,(90\,;76)$ alors

$$R^2=\Omega A^2=(90-(-4))^2+(76-(-5))^2=15397$$

donc une équation de ce cercle est $(x-(-4))^2+(y-(-5))^2=15397$ i.e. $(x+4)^2+(y+5)^2=15397$.

Exercice 7 p. 279.

Exercice 7 p. 279. Notons $\mathscr{C}$ le cercle de diamètre $[AB]$.

Exercice 7 p. 279. Notons $\mathscr{C}$ le cercle de diamètre $[AB]$. Alors, le centre de $\mathscr{C}$ est le milieu I de $[AB]$.

Exercice 7 p. 279. Notons $\mathscr{C}$ le cercle de diamètre $[AB]$. Alors, le centre de $\mathscr{C}$ est le milieu I de $[AB]$. Les coordonnées de I donc $\left(\frac{-3+9}{2}\,;\frac{5+3}{2}\right)$

Exercice 7 p. 279. Notons $\mathscr{C}$ le cercle de diamètre $[AB]$. Alors, le centre de $\mathscr{C}$ est le milieu I de $[AB]$. Les coordonnées de I donc $\left(\frac{-3+9}{2}\,;\frac{5+3}{2}\right)$ i.e. $(3\,;4)$.

Exercice 7 p. 279. Notons $\mathscr{C}$ le cercle de diamètre $[AB]$. Alors, le centre de $\mathscr{C}$ est le milieu I de $[AB]$. Les coordonnées de I donc $\left(\frac{-3+9}{2}\,;\frac{5+3}{2}\right)$ i.e. $(3\,;4)$. Notons R le rayon de $\mathscr{C}$.

Exercice 7 p. 279. Notons $\mathscr{C}$ le cercle de diamètre $[AB]$. Alors, le centre de $\mathscr{C}$ est le milieu I de $[AB]$. Les coordonnées de I donc $\left(\frac{-3+9}{2}\,;\frac{5+3}{2}\right)$ i.e. $(3\,;4)$. Notons R le rayon de $\mathscr{C}$. Alors,

$$R^2$$

Exercice 7 p. 279. Notons $\mathscr{C}$ le cercle de diamètre $[AB]$. Alors, le centre de $\mathscr{C}$ est le milieu I de $[AB]$. Les coordonnées de I donc $\left(\frac{-3+9}{2}\,;\frac{5+3}{2}\right)$ i.e. $(3\,;4)$. Notons R le rayon de $\mathscr{C}$. Alors,

$$R^2 = IA^2$$

Exercice 7 p. 279. Notons $\mathscr{C}$ le cercle de diamètre $[AB]$. Alors, le centre de $\mathscr{C}$ est le milieu I de $[AB]$. Les coordonnées de I donc $\left(\frac{-3+9}{2}\,;\,\frac{5+3}{2}\right)$ i.e. $(3\,;4)$. Notons R le rayon de $\mathscr{C}$. Alors,

$$R^2 = IA^2 = (-3-3)^2 + (5-4)^2$$

Exercice 7 p. 279. Notons $\mathscr{C}$ le cercle de diamètre $[AB]$. Alors, le centre de $\mathscr{C}$ est le milieu I de $[AB]$. Les coordonnées de I donc $\left(\frac{-3+9}{2}\,;\frac{5+3}{2}\right)$ i.e. $(3\,;4)$. Notons R le rayon de $\mathscr{C}$. Alors,

$$R^2 = IA^2 = (-3-3)^2 + (5-4)^2 = 37$$

Exercice 7 p. 279. Notons $\mathscr{C}$ le cercle de diamètre $[AB]$. Alors, le centre de $\mathscr{C}$ est le milieu I de $[AB]$. Les coordonnées de I donc $\left(\frac{-3+9}{2}\,;\frac{5+3}{2}\right)$ i.e. $(3\,;4)$. Notons R le rayon de $\mathscr{C}$. Alors,

$$R^2 = IA^2 = (-3-3)^2 + (5-4)^2 = 37$$

donc une équation de $\mathscr{C}$ est $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 37$.

Exercice 9 p. 279.

Exercice 9 p. 279. Commençons par « normaliser » i.e. par obtenir une équation équivalente dans laquelle les coefficients de x^2 et y^2 sont égaux à 1.

Exercice 9 p. 279. Commençons par « normaliser » i.e. par obtenir une équation équivalente dans laquelle les coefficients de x^2 et y^2 sont égaux à 1. Pour cela, on divise l'équation donnée par 5

Exercice 9 p. 279. Commençons par « normaliser » i.e. par obtenir une équation équivalente dans laquelle les coefficients de x^2 et y^2 sont égaux à 1. Pour cela, on divise l'équation donnée par 5 et on obtient l'équation équivalente :

Exercice 9 p. 279. Commençons par « normaliser » i.e. par obtenir une équation équivalente dans laquelle les coefficients de x^2 et y^2 sont égaux à 1. Pour cela, on divise l'équation donnée par 5 et on obtient l'équation équivalente : $x^2 + y^2 - x - \frac{6}{5}y = \frac{839}{100}$.

Exercice 9 p. 279. Commençons par « normaliser » i.e. par obtenir une équation équivalente dans laquelle les coefficients de x^2 et y^2 sont égaux à 1. Pour cela, on divise l'équation donnée par 5 et on obtient l'équation équivalente : $x^2 + y^2 - x - \frac{6}{5}y = \frac{839}{100}$.
Ensuite, on utilise la forme canonique :

Exercice 9 p. 279. Commençons par « normaliser » i.e. par obtenir une équation équivalente dans laquelle les coefficients de x^2 et y^2 sont égaux à 1. Pour cela, on divise l'équation donnée par 5 et on obtient l'équation équivalente : $x^2 + y^2 - x - \frac{6}{5}y = \frac{839}{100}$.
Ensuite, on utilise la forme canonique : $x^2 - x = (x - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4}$

Exercice 9 p. 279. Commençons par « normaliser » i.e. par obtenir une équation équivalente dans laquelle les coefficients de x^2 et y^2 sont égaux à 1. Pour cela, on divise l'équation donnée par 5 et on obtient l'équation équivalente : $x^2 + y^2 - x - \frac{6}{5}y = \frac{839}{100}$.
Ensuite, on utilise la forme canonique : $x^2 - x = (x - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4}$ et $y^2 - \frac{6}{5}y = (y - \frac{3}{5})^2 - \frac{9}{25}$.

Exercice 9 p. 279. Commençons par « normaliser » i.e. par obtenir une équation équivalente dans laquelle les coefficients de x^2 et y^2 sont égaux à 1. Pour cela, on divise l'équation donnée par 5 et on obtient l'équation équivalente : $x^2+y^2-x-\frac{6}{5}y=\frac{839}{100}$.
Ensuite, on utilise la forme canonique : $x^2-x=(x-\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4}$ et $y^2-\frac{6}{5}y=(y-\frac{3}{5})^2-\frac{9}{25}$. Ainsi,

$$x^2+y^2-x-\frac{6}{5}y=\frac{839}{100}$$

Exercice 9 p. 279. Commençons par « normaliser » i.e. par obtenir une équation équivalente dans laquelle les coefficients de x^2 et y^2 sont égaux à 1. Pour cela, on divise l'équation donnée par 5 et on obtient l'équation équivalente : $x^2 + y^2 - x - \frac{6}{5}y = \frac{839}{100}$.
Ensuite, on utilise la forme canonique : $x^2 - x = (x - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4}$ et $y^2 - \frac{6}{5}y = (y - \frac{3}{5})^2 - \frac{9}{25}$. Ainsi,

$$x^2 + y^2 - x - \frac{6}{5}y = \frac{839}{100} \Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + \left(y - \frac{3}{5}\right)^2 - \frac{9}{25} = \frac{839}{100}$$

Exercice 9 p. 279. Commençons par « normaliser » i.e. par obtenir une équation équivalente dans laquelle les coefficients de x^2 et y^2 sont égaux à 1. Pour cela, on divise l'équation donnée par 5 et on obtient l'équation équivalente : $x^2+y^2-x-\frac{6}{5}y=\frac{839}{100}$.
Ensuite, on utilise la forme canonique : $x^2-x=(x-\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4}$ et $y^2-\frac{6}{5}y=(y-\frac{3}{5})^2-\frac{9}{25}$. Ainsi,

$$\begin{aligned} x^2+y^2-x-\frac{6}{5}y=\frac{839}{100} &\Leftrightarrow \left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}+\left(y-\frac{3}{5}\right)^2-\frac{9}{25}=\frac{839}{100} \\ &\Leftrightarrow \left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{5}\right)^2=\frac{839}{100}+\frac{1}{4}+\frac{9}{25} \end{aligned}$$

Exercice 9 p. 279. Commençons par « normaliser » i.e. par obtenir une équation équivalente dans laquelle les coefficients de x^2 et y^2 sont égaux à 1. Pour cela, on divise l'équation donnée par 5 et on obtient l'équation équivalente : $x^2 + y^2 - x - \frac{6}{5}y = \frac{839}{100}$.
Ensuite, on utilise la forme canonique : $x^2 - x = (x - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4}$ et $y^2 - \frac{6}{5}y = (y - \frac{3}{5})^2 - \frac{9}{25}$. Ainsi,

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 - x - \frac{6}{5}y = \frac{839}{100} &\Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + \left(y - \frac{3}{5}\right)^2 - \frac{9}{25} = \frac{839}{100} \\ &\Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{5}\right)^2 = \frac{839}{100} + \frac{1}{4} + \frac{9}{25} \\ &\Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{5}\right)^2 = 9 \end{aligned}$$

Exercice 9 p. 279. Commençons par « normaliser » i.e. par obtenir une équation équivalente dans laquelle les coefficients de x^2 et y^2 sont égaux à 1. Pour cela, on divise l'équation donnée par 5 et on obtient l'équation équivalente : $x^2+y^2-x-\frac{6}{5}y=\frac{839}{100}$.
Ensuite, on utilise la forme canonique : $x^2-x=(x-\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4}$ et $y^2-\frac{6}{5}y=(y-\frac{3}{5})^2-\frac{9}{25}$. Ainsi,

$$\begin{aligned}
x^2+y^2-x-\frac{6}{5}y=\frac{839}{100} &\Leftrightarrow \left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}+\left(y-\frac{3}{5}\right)^2-\frac{9}{25}=\frac{839}{100}\\
&\Leftrightarrow \left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{5}\right)^2=\frac{839}{100}+\frac{1}{4}+\frac{9}{25}\\
&\Leftrightarrow \left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{5}\right)^2=9\\
&\Leftrightarrow \left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{5}\right)^2=3^2
\end{aligned}$$

Exercice 9 p. 279. Commençons par « normaliser » i.e. par obtenir une équation équivalente dans laquelle les coefficients de x^2 et y^2 sont égaux à 1. Pour cela, on divise l'équation donnée par 5 et on obtient l'équation équivalente : $x^2+y^2-x-\frac{6}{5}y=\frac{839}{100}$.
Ensuite, on utilise la forme canonique : $x^2-x=(x-\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4}$ et $y^2-\frac{6}{5}y=(y-\frac{3}{5})^2-\frac{9}{25}$. Ainsi,

$$\begin{aligned}
x^2+y^2-x-\frac{6}{5}y=\frac{839}{100} &\Leftrightarrow \left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}+\left(y-\frac{3}{5}\right)^2-\frac{9}{25}=\frac{839}{100}\\
&\Leftrightarrow \left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{5}\right)^2=\frac{839}{100}+\frac{1}{4}+\frac{9}{25}\\
&\Leftrightarrow \left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{5}\right)^2=9\\
&\Leftrightarrow \left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{5}\right)^2=3^2
\end{aligned}$$

Ainsi, l'équation donnée est celle du cercle de centre $\Omega\left(\frac{1}{2}\,;\frac{3}{5}\right)$ et de rayon $R=3$.

Exercice 10 p. 279.

Exercice 10 p. 279. En utilisant les formes canoniques,

Exercice 10 p. 279. En utilisant les formes canoniques,

$$x^2 - 2x + y^2 + 4y + 8 = 0$$

Exercice 10 p. 279. En utilisant les formes canoniques,

$$x^2 - 2x + y^2 + 4y + 8 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 - 1 + (y+2)^2 - 4 + 8 = 0$$

Exercice 10 p. 279. En utilisant les formes canoniques,

$$\begin{aligned} x^2 - 2x + y^2 + 4y + 8 = 0 &\Leftrightarrow (x-1)^2 - 1 + (y+2)^2 - 4 + 8 = 0 \\ &\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 + 3 = 0 \end{aligned}$$

Exercice 10 p. 279. En utilisant les formes canoniques,

$$\begin{aligned} x^2 - 2x + y^2 + 4y + 8 = 0 &\Leftrightarrow (x-1)^2 - 1 + (y+2)^2 - 4 + 8 = 0 \\ &\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 + 3 = 0 \\ &\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = -3 \end{aligned}$$

Exercice 10 p. 279. En utilisant les formes canoniques,

$$\begin{aligned} x^2 - 2x + y^2 + 4y + 8 = 0 &\Leftrightarrow (x-1)^2 - 1 + (y+2)^2 - 4 + 8 = 0 \\ &\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 + 3 = 0 \\ &\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = -3 \end{aligned}$$

Comme $-3 < 0$, on conclut l'équation donnée représente l'ensemble vide et non pas un cercle.

Exercice 59 p. 287

Exercice 59 p. 287

1. L'équation $x^2 + y^2 - 4 = 0$

Exercice 59 p. 287

1. L'équation $x^2 + y^2 - 4 = 0$ équivaut à
   $(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 2^2$

Exercice 59 p. 287

1. L'équation $x^2 + y^2 - 4 = 0$ équivaut à $(x-0)^2 + (y-0)^2 = 2^2$ donc il s'agit d'une équation du cercle de centre de coordonnées $(0\,;0)$ et de rayon 2

Exercice 59 p. 287

1. L'équation $x^2 + y^2 - 4 = 0$ équivaut à $(x-0)^2 + (y-0)^2 = 2^2$ donc il s'agit d'une équation du cercle de centre de coordonnées $(0\,;0)$ et de rayon 2 i.e. le cercle vert.

Exercice 59 p. 287

1. L'équation $x^2 + y^2 - 4 = 0$ équivaut à $(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 2^2$ donc il s'agit d'une équation du cercle de centre de coordonnées $(0\,;0)$ et de rayon 2 i.e. le cercle vert.
2. L'équation $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 4$

Exercice 59 p. 287

1. L'équation $x^2 + y^2 - 4 = 0$ équivaut à
   $(x-0)^2 + (y-0)^2 = 2^2$ donc il s'agit d'une équation du cercle de centre de coordonnées $(0\,;0)$ et de rayon 2 i.e. le cercle vert.
2. L'équation $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$ équivaut à
   $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 2^2$

Exercice 59 p. 287

1. L'équation $x^2 + y^2 - 4 = 0$ équivaut à $(x-0)^2 + (y-0)^2 = 2^2$ donc il s'agit d'une équation du cercle de centre de coordonnées $(0\,;0)$ et de rayon 2 i.e. le cercle vert.
2. L'équation $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$ équivaut à $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 2^2$ donc il s'agit d'une équation du cercle de centre de coordonnées $(1\,;1)$ et de rayon 2

Exercice 59 p. 287

1. L'équation $x^2 + y^2 - 4 = 0$ équivaut à $(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 2^2$ donc il s'agit d'une équation du cercle de centre de coordonnées $(0\,;0)$ et de rayon 2 i.e. le cercle vert.
2. L'équation $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 4$ équivaut à $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 2^2$ donc il s'agit d'une équation du cercle de centre de coordonnées $(1\,;1)$ et de rayon 2 i.e. le cercle rouge.

Exercice 59 p. 287

1. L'équation $x^2 + y^2 - 4 = 0$ équivaut à $(x-0)^2 + (y-0)^2 = 2^2$ donc il s'agit d'une équation du cercle de centre de coordonnées $(0\,;0)$ et de rayon 2 i.e. le cercle vert.
2. L'équation $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$ équivaut à $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 2^2$ donc il s'agit d'une équation du cercle de centre de coordonnées $(1\,;1)$ et de rayon 2 i.e. le cercle rouge.
3. L'équation $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 5$

Exercice 59 p. 287

1. L'équation $x^2 + y^2 - 4 = 0$ équivaut à $(x-0)^2 + (y-0)^2 = 2^2$ donc il s'agit d'une équation du cercle de centre de coordonnées $(0\,;0)$ et de rayon 2 i.e. le cercle vert.
2. L'équation $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$ équivaut à $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 2^2$ donc il s'agit d'une équation du cercle de centre de coordonnées $(1\,;1)$ et de rayon 2 i.e. le cercle rouge.
3. L'équation $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 5$ équivaut à $(x-3)^2 + (y-(-1))^2 = \sqrt{5}^2$

Exercice 59 p. 287

1. L'équation $x^2 + y^2 - 4 = 0$ équivaut à $(x-0)^2 + (y-0)^2 = 2^2$ donc il s'agit d'une équation du cercle de centre de coordonnées $(0\,;0)$ et de rayon 2 i.e. le cercle vert.
2. L'équation $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$ équivaut à $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 2^2$ donc il s'agit d'une équation du cercle de centre de coordonnées $(1\,;1)$ et de rayon 2 i.e. le cercle rouge.
3. L'équation $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 5$ équivaut à $(x-3)^2 + (y-(-1))^2 = \sqrt{5}^2$ donc il s'agit d'une équation du cercle de centre de coordonnées $(3\,;-1)$ et de rayon $\sqrt{5}$

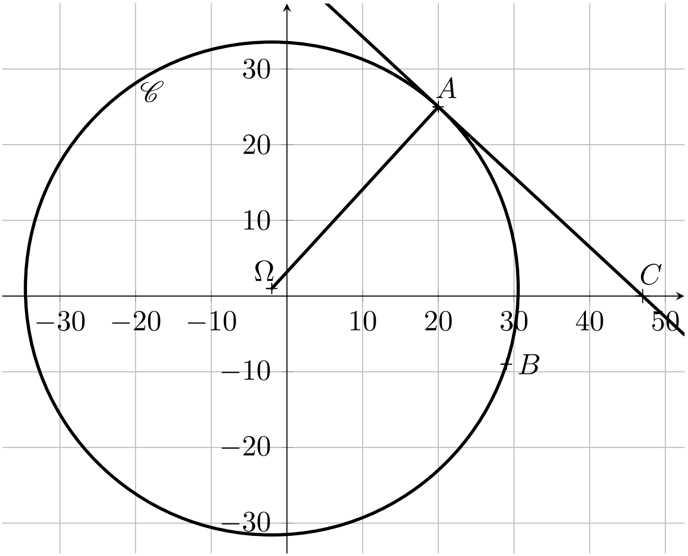
Exercice 59 p. 287

1. L'équation $x^2 + y^2 - 4 = 0$ équivaut à $(x-0)^2 + (y-0)^2 = 2^2$ donc il s'agit d'une équation du cercle de centre de coordonnées $(0\,;0)$ et de rayon 2 i.e. le cercle vert.
2. L'équation $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$ équivaut à $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 2^2$ donc il s'agit d'une équation du cercle de centre de coordonnées $(1\,;1)$ et de rayon 2 i.e. le cercle rouge.
3. L'équation $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 5$ équivaut à $(x-3)^2 + (y-(-1))^2 = \sqrt{5}^2$ donc il s'agit d'une équation du cercle de centre de coordonnées $(3\,;-1)$ et de rayon $\sqrt{5}$ i.e. le cercle bleu.

Exercice 63 p. 287

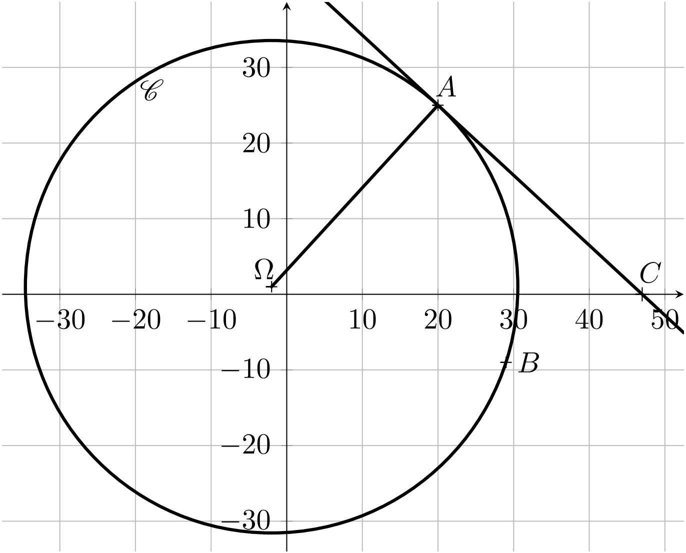
Exercice 63 p. 287

1.



Exercice 63 p. 287

1.



Le point B semble appartenir à $\mathscr{C}$.

2. Soit R le rayon de $\mathscr{C}$. Alors,

$$\Omega A^2$$

2. Soit R le rayon de $\mathscr{C}$. Alors,

$$\Omega A^2 = (20 - (-2))^2 + (25 - 1)^2$$

2. Soit R le rayon de $\mathscr{C}$. Alors,

$$\Omega A^2 = (20 - (-2))^2 + (25 - 1)^2 = 22^2 + 24^2$$

2. Soit R le rayon de $\mathscr{C}$. Alors,

$$\Omega A^2 = (20 - (-2))^2 + (25 - 1)^2 = 22^2 + 24^2 = 1060$$

2. Soit R le rayon de $\mathscr{C}$. Alors,

$$\Omega A^2 = (20 - (-2))^2 + (25 - 1)^2 = 22^2 + 24^2 = 1060$$

donc une équation de $\mathscr{C}$ est $(x - (-2))^2 + (y - 1)^2 = 1060$

2. Soit R le rayon de $\mathscr{C}$. Alors,

$$\Omega A^2 = (20 - (-2))^2 + (25 - 1)^2 = 22^2 + 24^2 = 1060$$

donc une équation de $\mathscr{C}$ est $(x - (-2))^2 + (y - 1)^2 = 1060$ i.e. $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 1060$.

2. Soit R le rayon de $\mathscr{C}$. Alors,

$$\Omega A^2 = (20 - (-2))^2 + (25 - 1)^2 = 22^2 + 24^2 = 1060$$

donc une équation de $\mathscr{C}$ est $(x - (-2))^2 + (y - 1)^2 = 1060$ i.e. $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 1060$.

3. On a $(x_B + 2)^2 + (y_B - 1)^2$

2. Soit R le rayon de $\mathscr{C}$. Alors,

$$\Omega A^2 = (20 - (-2))^2 + (25 - 1)^2 = 22^2 + 24^2 = 1060$$

donc une équation de $\mathscr{C}$ est $(x - (-2))^2 + (y - 1)^2 = 1060$ i.e. $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 1060$.

3. On a $(x_B + 2)^2 + (y_B - 1)^2 = (29 + 2)^2 + (-9 - 1)^2$

2. Soit R le rayon de $\mathscr{C}$. Alors,

$$\Omega A^2 = (20-(-2))^2 + (25-1)^2 = 22^2 + 24^2 = 1060$$

donc une équation de $\mathscr{C}$ est $(x-(-2))^2 + (y-1)^2 = 1060$ i.e. $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 1060$.

3. On a $(x_B+2)^2 + (y_B-1)^2 = (29+2)^2 + (-9-1)^2 = 31^2 + 10^2$

2. Soit R le rayon de $\mathscr{C}$. Alors,

$$\Omega A^2 = (20 - (-2))^2 + (25 - 1)^2 = 22^2 + 24^2 = 1060$$

donc une équation de $\mathscr{C}$ est $(x - (-2))^2 + (y - 1)^2 = 1060$ i.e. $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 1060$.

3. On a $(x_B + 2)^2 + (y_B - 1)^2 = (29 + 2)^2 + (-9 - 1)^2 = 31^2 + 10^2 = 1061$

2. Soit R le rayon de $\mathscr{C}$. Alors,

$$\Omega A^2 = (20-(-2))^2 + (25-1)^2 = 22^2 + 24^2 = 1060$$

donc une équation de $\mathscr{C}$ est $(x-(-2))^2 + (y-1)^2 = 1060$ i.e. $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 1060$.

3. On a $(x_B+2)^2 + (y_B-1)^2 = (29+2)^2 + (-9-1)^2 = 31^2 + 10^2 = 1061 \neq 1060$

2. Soit R le rayon de $\mathscr{C}$. Alors,

$$\Omega A^2 = (20 - (-2))^2 + (25 - 1)^2 = 22^2 + 24^2 = 1060$$

donc une équation de $\mathscr{C}$ est $(x - (-2))^2 + (y - 1)^2 = 1060$ i.e. $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 1060$.

3. On a $(x_B + 2)^2 + (y_B - 1)^2 = (29 + 2)^2 + (-9 - 1)^2 = 31^2 + 10^2 = 1061 \neq 1060$ donc B n'appartient pas à $\mathscr{C}$.

2. Soit R le rayon de $\mathscr{C}$. Alors,

$$\Omega A^2 = (20-(-2))^2 + (25-1)^2 = 22^2 + 24^2 = 1060$$

donc une équation de $\mathscr{C}$ est $(x-(-2))^2 + (y-1)^2 = 1060$ i.e. $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 1060$.

3. On a $(x_B+2)^2 + (y_B-1)^2 = (29+2)^2 + (-9-1)^2 = 31^2 + 10^2 = 1061 \neq 1060$ donc B n'appartient pas à $\mathscr{C}$.
4. La droite (AC) est tangente à $\mathscr{C}$ en A si (AC) est perpendiculaire à (ΩA).

2. Soit R le rayon de $\mathscr{C}$. Alors,

$$\Omega A^2 = (20-(-2))^2 + (25-1)^2 = 22^2 + 24^2 = 1060$$

donc une équation de $\mathscr{C}$ est $(x-(-2))^2 + (y-1)^2 = 1060$ i.e. $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 1060$.

3. On a $(x_B+2)^2 + (y_B-1)^2 = (29+2)^2 + (-9-1)^2 = 31^2 + 10^2 = 1061 \neq 1060$ donc B n'appartient pas à $\mathscr{C}$.

4. La droite (AC) est tangente à $\mathscr{C}$ en A si (AC) est perpendiculaire à (ΩA). Or, $\overrightarrow{AC}\ (27\,;-25)$

2. Soit R le rayon de $\mathscr{C}$. Alors,

$$\Omega A^2 = (20-(-2))^2 + (25-1)^2 = 22^2 + 24^2 = 1060$$

donc une équation de $\mathscr{C}$ est $(x-(-2))^2 + (y-1)^2 = 1060$ i.e. $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 1060$.

3. On a $(x_B+2)^2 + (y_B-1)^2 = (29+2)^2 + (-9-1)^2 = 31^2 + 10^2 = 1061 \neq 1060$ donc B n'appartient pas à $\mathscr{C}$.

4. La droite (AC) est tangente à $\mathscr{C}$ en A si (AC) est perpendiculaire à (ΩA). Or, $\overrightarrow{AC}\,(27\,;-25)$ et $\overrightarrow{\Omega A}\,(22\,;24)$

2. Soit R le rayon de $\mathscr{C}$. Alors,

$$\Omega A^2 = (20-(-2))^2 + (25-1)^2 = 22^2 + 24^2 = 1060$$

donc une équation de $\mathscr{C}$ est $(x-(-2))^2 + (y-1)^2 = 1060$ i.e. $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 1060$.

3. On a $(x_B+2)^2 + (y_B-1)^2 = (29+2)^2 + (-9-1)^2 = 31^2 + 10^2 = 1061 \neq 1060$ donc B n'appartient pas à $\mathscr{C}$.

4. La droite (AC) est tangente à $\mathscr{C}$ en A si (AC) est perpendiculaire à (ΩA). Or, $\overrightarrow{AC}\ (27\,;-25)$ et $\overrightarrow{\Omega A}\ (22\,;24)$ donc

$$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{\Omega A}$$

2. Soit R le rayon de $\mathscr{C}$. Alors,

$$\Omega A^2 = (20-(-2))^2 + (25-1)^2 = 22^2 + 24^2 = 1060$$

donc une équation de $\mathscr{C}$ est $(x-(-2))^2 + (y-1)^2 = 1060$ i.e. $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 1060$.

3. On a $(x_B+2)^2 + (y_B-1)^2 = (29+2)^2 + (-9-1)^2 = 31^2 + 10^2 = 1061 \neq 1060$ donc B n'appartient pas à $\mathscr{C}$.

4. La droite (AC) est tangente à $\mathscr{C}$ en A si (AC) est perpendiculaire à (ΩA). Or, $\overrightarrow{AC}\ (27\,;-25)$ et $\overrightarrow{\Omega A}\ (22\,;24)$ donc

$$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{\Omega A} = 27 \times 22 + (-25) \times 24$$

2. Soit R le rayon de $\mathscr{C}$. Alors,

$$\Omega A^2 = (20-(-2))^2 + (25-1)^2 = 22^2 + 24^2 = 1060$$

donc une équation de $\mathscr{C}$ est $(x-(-2))^2 + (y-1)^2 = 1060$ i.e. $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 1060$.

3. On a $(x_B+2)^2 + (y_B-1)^2 = (29+2)^2 + (-9-1)^2 = 31^2 + 10^2 = 1061 \neq 1060$ donc B n'appartient pas à $\mathscr{C}$.

4. La droite (AC) est tangente à $\mathscr{C}$ en A si (AC) est perpendiculaire à (ΩA). Or, $\overrightarrow{AC}\,(27\,;-25)$ et $\overrightarrow{\Omega A}\,(22\,;24)$ donc

$$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{\Omega A} = 27 \times 22 + (-25) \times 24 = -6 \neq 0$$

2. Soit R le rayon de $\mathscr{C}$. Alors,

$$\Omega A^2 = (20 - (-2))^2 + (25 - 1)^2 = 22^2 + 24^2 = 1060$$

donc une équation de $\mathscr{C}$ est $(x - (-2))^2 + (y - 1)^2 = 1060$ i.e. $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 1060$.

3. On a $(x_B + 2)^2 + (y_B - 1)^2 = (29 + 2)^2 + (-9 - 1)^2 = 31^2 + 10^2 = 1061 \neq 1060$ donc B n'appartient pas à $\mathscr{C}$.

4. La droite (AC) est tangente à $\mathscr{C}$ en A si (AC) est perpendiculaire à (ΩA). Or, $\overrightarrow{AC}\ (27\,;-25)$ et $\overrightarrow{\Omega A}\ (22\,;24)$ donc

$$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{\Omega A} = 27 \times 22 + (-25) \times 24 = -6 \neq 0$$

donc les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{\Omega A}$ ne sont pas orthogonaux

2. Soit R le rayon de $\mathscr{C}$. Alors,

$$\Omega A^2 = (20-(-2))^2 + (25-1)^2 = 22^2 + 24^2 = 1060$$

donc une équation de $\mathscr{C}$ est $(x-(-2))^2 + (y-1)^2 = 1060$ i.e. $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 1060$.

3. On a $(x_B+2)^2 + (y_B-1)^2 = (29+2)^2 + (-9-1)^2 = 31^2 + 10^2 = 1061 \neq 1060$ donc B n'appartient pas à $\mathscr{C}$.

4. La droite (AC) est tangente à $\mathscr{C}$ en A si (AC) est perpendiculaire à (ΩA). Or, $\overrightarrow{AC}\,(27\,;-25)$ et $\overrightarrow{\Omega A}\,(22\,;24)$ donc

$$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{\Omega A} = 27 \times 22 + (-25) \times 24 = -6 \neq 0$$

donc les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{\Omega A}$ ne sont pas orthogonaux et ainsi (AC) et (ΩA) ne sont pas perpendiculaires.

2. Soit R le rayon de $\mathscr{C}$. Alors,

$$\Omega A^2 = (20-(-2))^2 + (25-1)^2 = 22^2 + 24^2 = 1060$$

donc une équation de $\mathscr{C}$ est $(x-(-2))^2 + (y-1)^2 = 1060$ i.e. $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 1060$.

3. On a $(x_B+2)^2 + (y_B-1)^2 = (29+2)^2 + (-9-1)^2 = 31^2 + 10^2 = 1061 \neq 1060$ donc B n'appartient pas à $\mathscr{C}$.

4. La droite (AC) est tangente à $\mathscr{C}$ en A si (AC) est perpendiculaire à (ΩA). Or, $\overrightarrow{AC}\ (27\,;-25)$ et $\overrightarrow{\Omega A}\ (22\,;24)$ donc

$$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{\Omega A} = 27\times 22 + (-25)\times 24 = -6 \neq 0$$

donc les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{\Omega A}$ ne sont pas orthogonaux et ainsi (AC) et (ΩA) ne sont pas perpendiculaires. On en déduit que (AC) n'est pas tangente à $\mathscr{C}$ en A.