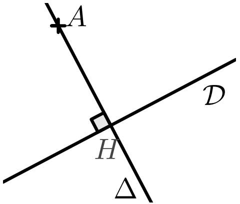
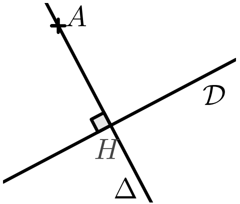
Définition 1 : (Rappel)

Soit $\mathcal{D}$ une droite du plan et A un point du plan. On note Δ la perpendiculaire à $\mathcal{D}$ passant par A et H le point d'intersection de $\mathcal{D}$ et de Δ.
Le point H est appelé le projeté orthogonal de A sur la droite $\mathcal{D}$.



Définition 1 : (Rappel)

Soit $\mathcal{D}$ une droite du plan et A un point du plan. On note Δ la perpendiculaire à $\mathcal{D}$ passant par A et H le point d'intersection de $\mathcal{D}$ et de Δ.
Le point H est appelé le projeté orthogonal de A sur la droite $\mathcal{D}$.



Remarque 2

Si A appartient à la droite $\mathcal{D}$ alors $H = A$.

Exemple 3

Soit $\mathcal{D}$ la droite d'équation cartésienne $2x - 5y + 1 = 0$ et A le point de coordonnées de $(-3\,;2)$. Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal H de A sur $\mathcal{D}$.

Exemple 3

Soit $\mathcal{D}$ la droite d'équation cartésienne $2x - 5y + 1 = 0$ et A le point de coordonnées de $(-3\,;2)$. Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal H de A sur $\mathcal{D}$.

Notons Δ la perpendiculaire à $\mathcal{D}$ passant par A.

Exemple 3

Soit $\mathcal{D}$ la droite d'équation cartésienne $2x - 5y + 1 = 0$ et A le point de coordonnées de $(-3\,;2)$. Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal H de A sur $\mathcal{D}$.

Notons Δ la perpendiculaire à $\mathcal{D}$ passant par A. Alors, le vecteur $\vec{v}\,(5\,;2)$ qui est un vecteur directeur de $\mathcal{D}$ est un vecteur normal à Δ.

Exemple 3

Soit $\mathcal{D}$ la droite d'équation cartésienne $2x - 5y + 1 = 0$ et A le point de coordonnées de $(-3\,;2)$. Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal H de A sur $\mathcal{D}$.

Notons Δ la perpendiculaire à $\mathcal{D}$ passant par A. Alors, le vecteur $\vec{v}\,(5\,;2)$ qui est un vecteur directeur de $\mathcal{D}$ est un vecteur normal à Δ. Dès lors,

$$M\,(x\,;y) \in \Delta$$

Exemple 3

Soit $\mathcal{D}$ la droite d'équation cartésienne $2x - 5y + 1 = 0$ et A le point de coordonnées de $(-3\,;2)$. Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal H de A sur $\mathcal{D}$.

Notons Δ la perpendiculaire à $\mathcal{D}$ passant par A. Alors, le vecteur $\vec{v}\,(5\,;2)$ qui est un vecteur directeur de $\mathcal{D}$ est un vecteur normal à Δ. Dès lors,

$$M\,(x\,;y) \in \Delta \Leftrightarrow (x - (-3)) \times 5 + (y - 2) \times 2 = 0$$

Exemple 3

Soit $\mathcal{D}$ la droite d'équation cartésienne $2x - 5y + 1 = 0$ et A le point de coordonnées de $(-3\,;2)$. Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal H de A sur $\mathcal{D}$.

Notons Δ la perpendiculaire à $\mathcal{D}$ passant par A. Alors, le vecteur $\vec{v}\,(5\,;2)$ qui est un vecteur directeur de $\mathcal{D}$ est un vecteur normal à Δ. Dès lors,

$$\begin{aligned} M\,(x\,;y) \in \Delta &\Leftrightarrow (x - (-3)) \times 5 + (y - 2) \times 2 = 0 \\ &\Leftrightarrow 5(x+3) + 2(y-2) = 0 \end{aligned}$$

Exemple 3

Soit $\mathcal{D}$ la droite d'équation cartésienne $2x - 5y + 1 = 0$ et A le point de coordonnées de $(-3\,;2)$. Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal H de A sur $\mathcal{D}$.

Notons Δ la perpendiculaire à $\mathcal{D}$ passant par A. Alors, le vecteur $\vec{v}\,(5\,;2)$ qui est un vecteur directeur de $\mathcal{D}$ est un vecteur normal à Δ. Dès lors,

$$\begin{aligned} M\,(x\,;y) \in \Delta &\Leftrightarrow (x - (-3)) \times 5 + (y - 2) \times 2 = 0 \\ &\Leftrightarrow 5(x + 3) + 2(y - 2) = 0 \\ &\Leftrightarrow 5x + 15 + 2y - 4 = 0 \end{aligned}$$

Exemple 3

Soit $\mathcal{D}$ la droite d'équation cartésienne $2x - 5y + 1 = 0$ et A le point de coordonnées de $(-3\,;2)$. Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal H de A sur $\mathcal{D}$.

Notons Δ la perpendiculaire à $\mathcal{D}$ passant par A. Alors, le vecteur $\vec{v}\,(5\,;2)$ qui est un vecteur directeur de $\mathcal{D}$ est un vecteur normal à Δ. Dès lors,

$$\begin{aligned} M\,(x\,;y) \in \Delta &\Leftrightarrow (x-(-3)) \times 5 + (y-2) \times 2 = 0 \\ &\Leftrightarrow 5(x+3) + 2(y-2) = 0 \\ &\Leftrightarrow 5x + 15 + 2y - 4 = 0 \\ &\Leftrightarrow 5x + 2y + 11 = 0 \end{aligned}$$

Exemple 3

Soit $\mathcal{D}$ la droite d'équation cartésienne $2x - 5y + 1 = 0$ et A le point de coordonnées de $(-3\,;2)$. Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal H de A sur $\mathcal{D}$.

Notons Δ la perpendiculaire à $\mathcal{D}$ passant par A. Alors, le vecteur $\vec{v}\,(5\,;2)$ qui est un vecteur directeur de $\mathcal{D}$ est un vecteur normal à Δ. Dès lors,

$$\begin{aligned} M\,(x\,;y) \in \Delta &\Leftrightarrow (x - (-3)) \times 5 + (y - 2) \times 2 = 0 \\ &\Leftrightarrow 5(x + 3) + 2(y - 2) = 0 \\ &\Leftrightarrow 5x + 15 + 2y - 4 = 0 \\ &\Leftrightarrow 5x + 2y + 11 = 0 \end{aligned}$$

Ainsi, une équation cartésienne de $\mathcal{D}$ est $5x + 2y + 11 = 0$.

Or, H est le point d'intersection de $\mathcal{D}$ et Δ donc ses coordonnées sont solutions du système :

Or, H est le point d'intersection de $\mathcal{D}$ et Δ donc ses coordonnées sont solutions du système :

$$(S)\begin{cases}2x-5y+1=0\\5x+2y+11=0\end{cases}$$

Or, H est le point d'intersection de $\mathcal{D}$ et Δ donc ses coordonnées sont solutions du système :

$$(S)\begin{cases} 2x - 5y + 1 = 0 \\ 5x + 2y + 11 = 0 \end{cases}$$

Pour résoudre ce système, on peut procéder soit par substitution soit par combinaisons linéaires. Utilisons cette dernière méthode :

Or, H est le point d'intersection de $\mathcal{D}$ et Δ donc ses coordonnées sont solutions du système :

$$(S)\begin{cases}2x-5y+1=0\\5x+2y+11=0\end{cases}$$

Pour résoudre ce système, on peut procéder soit par substitution soit par combinaisons linéaires. Utilisons cette dernière méthode :

$$\begin{cases}2x-5y+1=0 & L_1\\5x+2y+11=0 & L_2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2(2x-5y+1)+5(5x+2y+11)=0 & L_1\\ & \end{cases}$$

Or, H est le point d'intersection de $\mathcal{D}$ et Δ donc ses coordonnées sont solutions du système :

$$(S)\begin{cases} 2x - 5y + 1 = 0 \\ 5x + 2y + 11 = 0 \end{cases}$$

Pour résoudre ce système, on peut procéder soit par substitution soit par combinaisons linéaires. Utilisons cette dernière méthode :

$$\begin{cases} 2x - 5y + 1 = 0 & L_1 \\ 5x + 2y + 11 = 0 & L_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(2x - 5y + 1) + 5(5x + 2y + 11) = 0 & L_1 \leftarrow 2L_1 + 5 \\ 5(2x - 5y + 1) - 2(5x + 2y + 11) = 0 & L_2 \leftarrow 5L_1 - 2 \end{cases}$$

Or, H est le point d'intersection de $\mathcal{D}$ et Δ donc ses coordonnées sont solutions du système :

$$(S)\begin{cases} 2x - 5y + 1 = 0 \\ 5x + 2y + 11 = 0 \end{cases}$$

Pour résoudre ce système, on peut procéder soit par substitution soit par combinaisons linéaires. Utilisons cette dernière méthode :

$$\begin{cases} 2x - 5y + 1 = 0 & L_1 \\ 5x + 2y + 11 = 0 & L_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(2x - 5y + 1) + 5(5x + 2y + 11) = 0 & L_1 \leftarrow 2L_1 + 5L \\ 5(2x - 5y + 1) - 2(5x + 2y + 11) = 0 & L_2 \leftarrow 5L_1 - 2L \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 10y + 2 + 25x + 10y + 55 = 0 \\ 10x - 25y + 5 - 10x - 4y - 22 = 0 \end{cases}$$

Or, H est le point d'intersection de $\mathcal{D}$ et Δ donc ses coordonnées sont solutions du système :

$$(S)\begin{cases} 2x - 5y + 1 = 0 \\ 5x + 2y + 11 = 0 \end{cases}$$

Pour résoudre ce système, on peut procéder soit par substitution soit par combinaisons linéaires. Utilisons cette dernière méthode :

$$\begin{cases} 2x - 5y + 1 = 0 & L_1 \\ 5x + 2y + 11 = 0 & L_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(2x - 5y + 1) + 5(5x + 2y + 11) = 0 & L_1 \leftarrow 2L_1 + 5 \\ 5(2x - 5y + 1) - 2(5x + 2y + 11) = 0 & L_2 \leftarrow 5L_1 - 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 10y + 2 + 25x + 10y + 55 = 0 \\ 10x - 25y + 5 - 10x - 4y - 22 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 29x + 57 = 0 \\ -29y - 17 = 0 \end{cases}$$

Or, H est le point d'intersection de $\mathcal{D}$ et Δ donc ses coordonnées sont solutions du système :

$$(S)\begin{cases} 2x - 5y + 1 = 0 \\ 5x + 2y + 11 = 0 \end{cases}$$

Pour résoudre ce système, on peut procéder soit par substitution soit par combinaisons linéaires. Utilisons cette dernière méthode :

$$\begin{cases} 2x - 5y + 1 = 0 & L_1 \\ 5x + 2y + 11 = 0 & L_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(2x - 5y + 1) + 5(5x + 2y + 11) = 0 & L_1 \leftarrow 2L_1 + 5L \\ 5(2x - 5y + 1) - 2(5x + 2y + 11) = 0 & L_2 \leftarrow 5L_1 - 2L \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 10y + 2 + 25x + 10y + 55 = 0 \\ 10x - 25y + 5 - 10x - 4y - 22 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 29x + 57 = 0 \\ -29y - 17 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{57}{29} \\ y = -\frac{17}{29} \end{cases}$$

Or, H est le point d'intersection de $\mathcal{D}$ et Δ donc ses coordonnées sont solutions du système :

$$(S)\begin{cases}2x-5y+1=0\\5x+2y+11=0\end{cases}$$

Pour résoudre ce système, on peut procéder soit par substitution soit par combinaisons linéaires. Utilisons cette dernière méthode :

$$\begin{cases}2x-5y+1=0 & L_1\\5x+2y+11=0 & L_2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2(2x-5y+1)+5(5x+2y+11)=0 & L_1 \leftarrow 2L_1+5\\5(2x-5y+1)-2(5x+2y+11)=0 & L_2 \leftarrow 5L_1-2\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}4x-10y+2+25x+10y+55=0\\10x-25y+5-10x-4y-22=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}29x+57=0\\-29y-17=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}x=-\frac{57}{29}\\y=-\frac{17}{29}\end{cases}$$

Ainsi, les coordonnées de H sont $\left(-\frac{57}{29}\,;-\frac{17}{29}\right)$. Soit $\mathcal{D}$ une droite et A un point du plan.

Définition 4

Soit $\mathcal{D}$ une droite et A un point du plan. Notons H le projeté orthogonal de A sur $\mathcal{D}$. La distance AH est appelée la distance de A à $\mathcal{D}$. On la note $d(A, \mathcal{D})$.

Définition 4

Soit $\mathcal{D}$ une droite et A un point du plan. Notons H le projeté orthogonal de A sur $\mathcal{D}$. La distance AH est appelée la distance de A à $\mathcal{D}$. On la note $d(A, \mathcal{D})$.

Propriété 5

Soit $\mathcal{D}$ une droite et A un point du plan. Pour tout point M de $\mathcal{D}$, $AM \geqslant d(A, \mathcal{D})$ avec égalité si et seulement si M est le projeté orthogonal de A sur $\mathcal{D}$.

Exercice 11 p. 280.

Exercice 11 p. 280. Notons $\mathcal{D}$ la droite perpendiculaire à d passant par $A\,(0\,;4)$.

Exercice 11 p. 280. Notons $\mathcal{D}$ la droite perpendiculaire à d passant par $A\,(0\,;4)$. Alors, un vecteur directeur de d est un vecteur normal à $\mathcal{D}$.

Exercice 11 p. 280. Notons $\mathcal{D}$ la droite perpendiculaire à d passant par $A\,(0\,;4)$. Alors, un vecteur directeur de d est un vecteur normal à $\mathcal{D}$. On en déduit que $\vec{v}\,(4\,;1)$ est normal à $\mathcal{D}$.

Exercice 11 p. 280. Notons $\mathcal{D}$ la droite perpendiculaire à d passant par $A\,(0\,;4)$. Alors, un vecteur directeur de d est un vecteur normal à $\mathcal{D}$. On en déduit que $\vec{v}\,(4\,;1)$ est normal à $\mathcal{D}$. Comme $\mathcal{D}$ passe par A, on en déduit que

Exercice 11 p. 280. Notons $\mathcal{D}$ la droite perpendiculaire à d passant par $A\,(0\,;4)$. Alors, un vecteur directeur de d est un vecteur normal à $\mathcal{D}$. On en déduit que $\vec{v}\,(4\,;1)$ est normal à $\mathcal{D}$. Comme $\mathcal{D}$ passe par A, on en déduit que

$$M\,(x\,;y) \in \mathcal{D}$$

Exercice 11 p. 280. Notons $\mathcal{D}$ la droite perpendiculaire à d passant par $A\,(0\,;4)$. Alors, un vecteur directeur de d est un vecteur normal à $\mathcal{D}$. On en déduit que $\vec{v}\,(4\,;1)$ est normal à $\mathcal{D}$. Comme $\mathcal{D}$ passe par A, on en déduit que

$$M\,(x\,;y) \in \mathcal{D} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \vec{v} = 0$$

Exercice 11 p. 280. Notons $\mathcal{D}$ la droite perpendiculaire à d passant par $A\,(0\,;4)$. Alors, un vecteur directeur de d est un vecteur normal à $\mathcal{D}$. On en déduit que $\vec{v}\,(4\,;1)$ est normal à $\mathcal{D}$. Comme $\mathcal{D}$ passe par A, on en déduit que

$$\begin{aligned} M\,(x\,;y) \in \mathcal{D} &\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \vec{v} = 0 \\ &\Leftrightarrow (x-0)\times 4 + (y-4)\times 1 = 0 \end{aligned}$$

Exercice 11 p. 280. Notons $\mathcal{D}$ la droite perpendiculaire à d passant par $A\,(0\,;4)$. Alors, un vecteur directeur de d est un vecteur normal à $\mathcal{D}$. On en déduit que $\vec{v}\,(4\,;1)$ est normal à $\mathcal{D}$. Comme $\mathcal{D}$ passe par A, on en déduit que

$$\begin{aligned}M\,(x\,;y) \in \mathcal{D} &\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \vec{v} = 0\\ &\Leftrightarrow (x-0)\times 4 + (y-4)\times 1 = 0\\ &\Leftrightarrow 4x + y - 4 = 0\end{aligned}$$

Exercice 11 p. 280. Notons $\mathcal{D}$ la droite perpendiculaire à d passant par $A\,(0\,;4)$. Alors, un vecteur directeur de d est un vecteur normal à $\mathcal{D}$. On en déduit que $\vec{v}\,(4\,;1)$ est normal à $\mathcal{D}$. Comme $\mathcal{D}$ passe par A, on en déduit que

$$\begin{aligned} M\,(x\,;y) \in \mathcal{D} &\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \vec{v} = 0 \\ &\Leftrightarrow (x-0) \times 4 + (y-4) \times 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow 4x + y - 4 = 0 \end{aligned}$$

donc une équation cartésienne de $\mathcal{D}$ est $4x + y - 4 = 0$.

Or, le projeté orthogonal H de A sur d est le point d'intersection de d et $\mathcal{D}$ donc ses coordonnées sont solutions du système :

Or, le projeté orthogonal H de A sur d est le point d'intersection de d et $\mathcal{D}$ donc ses coordonnées sont solutions du système :

$$(S)\begin{cases} x - 4y + 5 = 0 \\ 4x + y - 4 = 0 \end{cases}$$

Or, le projeté orthogonal H de A sur d est le point d'intersection de d et $\mathcal{D}$ donc ses coordonnées sont solutions du système :

$$(S)\begin{cases} x - 4y + 5 = 0 \\ 4x + y - 4 = 0 \end{cases}$$

On résout donc ce système :

$$(S)\begin{cases} x - 4y + 5 = 0 & L_1 \\ 4x + y - 4 = 0 & L_2 \end{cases}$$

Or, le projeté orthogonal H de A sur d est le point d'intersection de d et $\mathcal{D}$ donc ses coordonnées sont solutions du système :

$$(S)\begin{cases} x-4y+5=0 \\ 4x+y-4=0 \end{cases}$$

On résout donc ce système :

$$(S)\begin{cases} x-4y+5=0 & L_1 \\ 4x+y-4=0 & L_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4(x-4y+5)-(4x+y-4)=0 & L_1 \leftarrow 4L_1-L_2 \\ x-4y+5+4(4x+y-4)=0 & L_2 \leftarrow L_1+4L_2 \end{cases}$$

Or, le projeté orthogonal H de A sur d est le point d'intersection de d et $\mathcal{D}$ donc ses coordonnées sont solutions du système :

$$(S)\begin{cases} x - 4y + 5 = 0 \\ 4x + y - 4 = 0 \end{cases}$$

On résout donc ce système :

$$(S)\begin{cases} x - 4y + 5 = 0 & L_1 \\ 4x + y - 4 = 0 & L_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4(x - 4y + 5) - (4x + y - 4) = 0 & L_1 \leftarrow 4L_1 - L_2 \\ x - 4y + 5 + 4(4x + y - 4) = 0 & L_2 \leftarrow L_1 + 4L_2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -17y + 24 = 0 \\ 17x - 11 = 0 \end{cases}$$

Or, le projeté orthogonal H de A sur d est le point d'intersection de d et $\mathcal{D}$ donc ses coordonnées sont solutions du système :

$$(S)\begin{cases} x-4y+5=0 \\ 4x+y-4=0 \end{cases}$$

On résout donc ce système :

$$(S)\begin{cases} x-4y+5=0 & L_1 \\ 4x+y-4=0 & L_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4(x-4y+5)-(4x+y-4)=0 & L_1 \leftarrow 4L_1-L_2 \\ x-4y+5+4(4x+y-4)=0 & L_2 \leftarrow L_1+4L_2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -17y+24=0 \\ 17x-11=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=\frac{24}{17} \\ x=\frac{11}{17} \end{cases}$$

Ainsi, les coordonnées de H sont $\left(\frac{11}{17}\,;\,\frac{24}{17}\right)$.

Exercice 13 p. 280.

Exercice 13 p. 280.

1. On a $f(4) = 4^2 - 4 \times 4 + 1 = 1$ donc les coordonnées de A sont $(4\,;1)$.

Exercice 13 p. 280.

1. On a $f(4) = 4^2 - 4 \times 4 + 1 = 1$ donc les coordonnées de A sont $(4\,;1)$. Il s'ensuit que les coordonnées du projeté orthogonal de A sur l'axe des ordonnées sont $(0\,;1)$.

Exercice 13 p. 280.

1. On a $f(4) = 4^2 - 4 \times 4 + 1 = 1$ donc les coordonnées de A sont $(4\,;1)$. Il s'ensuit que les coordonnées du projeté orthogonal de A sur l'axe des ordonnées sont $(0\,;1)$.
2. Notons S le sommet de $\mathscr{P}$.

Exercice 13 p. 280.

1. On a $f(4) = 4^2 - 4 \times 4 + 1 = 1$ donc les coordonnées de A sont $(4\,;1)$. Il s'ensuit que les coordonnées du projeté orthogonal de A sur l'axe des ordonnées sont $(0\,;1)$.
2. Notons S le sommet de $\mathscr{P}$. L'abscisse de S est $-\frac{-4}{2\times 1} = 2$

Exercice 13 p. 280.

1. On a $f(4) = 4^2 - 4 \times 4 + 1 = 1$ donc les coordonnées de A sont $(4\,;1)$. Il s'ensuit que les coordonnées du projeté orthogonal de A sur l'axe des ordonnées sont $(0\,;1)$.
2. Notons S le sommet de $\mathscr{P}$. L'abscisse de S est $-\frac{-4}{2\times 1} = 2$ et son ordonnée est $f(2) = 2^2 - 4 \times 2 + 1 = -3$

Exercice 13 p. 280.

1. On a $f(4) = 4^2 - 4 \times 4 + 1 = 1$ donc les coordonnées de A sont $(4\,;1)$. Il s'ensuit que les coordonnées du projeté orthogonal de A sur l'axe des ordonnées sont $(0\,;1)$.
2. Notons S le sommet de $\mathscr{P}$. L'abscisse de S est $-\frac{-4}{2\times 1} = 2$ et son ordonnée est $f(2) = 2^2 - 4 \times 2 + 1 = -3$ donc $S\,(2\,;-3)$.

Exercice 13 p. 280.

1. On a $f(4) = 4^2 - 4 \times 4 + 1 = 1$ donc les coordonnées de A sont $(4\,;1)$. Il s'ensuit que les coordonnées du projeté orthogonal de A sur l'axe des ordonnées sont $(0\,;1)$.
2. Notons S le sommet de $\mathscr{P}$. L'abscisse de S est $-\frac{-4}{2\times 1} = 2$ et son ordonnée est $f(2) = 2^2 - 4 \times 2 + 1 = -3$ donc $S\,(2\,;-3)$. Notons $\mathcal{D}$ la droite perpendiculaire à d passant par $S\,(2\,;-3)$.

Exercice 13 p. 280.

1. On a $f(4) = 4^2 - 4 \times 4 + 1 = 1$ donc les coordonnées de A sont $(4\,;1)$. Il s'ensuit que les coordonnées du projeté orthogonal de A sur l'axe des ordonnées sont $(0\,;1)$.
2. Notons S le sommet de $\mathscr{P}$. L'abscisse de S est $-\frac{-4}{2\times 1} = 2$ et son ordonnée est $f(2) = 2^2 - 4 \times 2 + 1 = -3$ donc $S\,(2\,;-3)$. Notons $\mathcal{D}$ la droite perpendiculaire à d passant par $S\,(2\,;-3)$. Alors, un vecteur directeur de d est un vecteur normal à $\mathcal{D}$.

Exercice 13 p. 280.

1. On a $f(4) = 4^2 - 4 \times 4 + 1 = 1$ donc les coordonnées de A sont $(4\,;1)$. Il s'ensuit que les coordonnées du projeté orthogonal de A sur l'axe des ordonnées sont $(0\,;1)$.
2. Notons S le sommet de $\mathscr{P}$. L'abscisse de S est $-\frac{-4}{2\times 1} = 2$ et son ordonnée est $f(2) = 2^2 - 4 \times 2 + 1 = -3$ donc $S\,(2\,;-3)$. Notons $\mathcal{D}$ la droite perpendiculaire à d passant par $S\,(2\,;-3)$. Alors, un vecteur directeur de d est un vecteur normal à $\mathcal{D}$. On en déduit que $\vec{v}\,(-1\,;-1)$ est normal à $\mathcal{D}$

Exercice 13 p. 280.

1. On a $f(4) = 4^2 - 4 \times 4 + 1 = 1$ donc les coordonnées de A sont $(4\,;1)$. Il s'ensuit que les coordonnées du projeté orthogonal de A sur l'axe des ordonnées sont $(0\,;1)$.
2. Notons S le sommet de $\mathscr{P}$. L'abscisse de S est $-\frac{-4}{2\times 1} = 2$ et son ordonnée est $f(2) = 2^2 - 4 \times 2 + 1 = -3$ donc $S\,(2\,;-3)$. Notons $\mathcal{D}$ la droite perpendiculaire à d passant par $S\,(2\,;-3)$. Alors, un vecteur directeur de d est un vecteur normal à $\mathcal{D}$. On en déduit que $\vec{v}\,(-1\,;-1)$ est normal à $\mathcal{D}$ donc le vecteur $-\vec{v}\,(1\,;1)$ aussi.

Exercice 13 p. 280.

1. On a $f(4) = 4^2 - 4 \times 4 + 1 = 1$ donc les coordonnées de A sont $(4\,;1)$. Il s'ensuit que les coordonnées du projeté orthogonal de A sur l'axe des ordonnées sont $(0\,;1)$.
2. Notons S le sommet de $\mathscr{P}$. L'abscisse de S est $-\frac{-4}{2\times 1} = 2$ et son ordonnée est $f(2) = 2^2 - 4 \times 2 + 1 = -3$ donc $S\,(2\,;-3)$. Notons $\mathcal{D}$ la droite perpendiculaire à d passant par $S\,(2\,;-3)$. Alors, un vecteur directeur de d est un vecteur normal à $\mathcal{D}$. On en déduit que $\vec{v}\,(-1\,;-1)$ est normal à $\mathcal{D}$ donc le vecteur $-\vec{v}\,(1\,;1)$ aussi. Comme $\mathcal{D}$ passe par S, on en déduit que

Exercice 13 p. 280.

1. On a $f(4) = 4^2 - 4 \times 4 + 1 = 1$ donc les coordonnées de A sont $(4\,;1)$. Il s'ensuit que les coordonnées du projeté orthogonal de A sur l'axe des ordonnées sont $(0\,;1)$.
2. Notons S le sommet de $\mathscr{P}$. L'abscisse de S est $-\frac{-4}{2\times 1} = 2$ et son ordonnée est $f(2) = 2^2 - 4 \times 2 + 1 = -3$ donc $S\,(2\,;-3)$. Notons $\mathcal{D}$ la droite perpendiculaire à d passant par $S\,(2\,;-3)$. Alors, un vecteur directeur de d est un vecteur normal à $\mathcal{D}$. On en déduit que $\vec{v}\,(-1\,;-1)$ est normal à $\mathcal{D}$ donc le vecteur $-\vec{v}\,(1\,;1)$ aussi. Comme $\mathcal{D}$ passe par S, on en déduit que

$$M\,(x\,;y) \in \mathcal{D}$$

Exercice 13 p. 280.

1. On a $f(4)=4^2-4\times 4+1=1$ donc les coordonnées de A sont $(4\,;1)$. Il s'ensuit que les coordonnées du projeté orthogonal de A sur l'axe des ordonnées sont $(0\,;1)$.
2. Notons S le sommet de $\mathscr{P}$. L'abscisse de S est $-\frac{-4}{2\times 1}=2$ et son ordonnée est $f(2)=2^2-4\times 2+1=-3$ donc $S\,(2\,;-3)$. Notons $\mathcal{D}$ la droite perpendiculaire à d passant par $S\,(2\,;-3)$. Alors, un vecteur directeur de d est un vecteur normal à $\mathcal{D}$. On en déduit que $\vec{v}\,(-1\,;-1)$ est normal à $\mathcal{D}$ donc le vecteur $-\vec{v}\,(1\,;1)$ aussi. Comme $\mathcal{D}$ passe par S, on en déduit que

$$M\,(x\,;y)\in\mathcal{D}\Leftrightarrow\overrightarrow{SM}\cdot(-\vec{v})=0$$

Exercice 13 p. 280.

1. On a $f(4) = 4^2 - 4 \times 4 + 1 = 1$ donc les coordonnées de A sont $(4\,;1)$. Il s'ensuit que les coordonnées du projeté orthogonal de A sur l'axe des ordonnées sont $(0\,;1)$.
2. Notons S le sommet de $\mathscr{P}$. L'abscisse de S est $-\frac{-4}{2\times 1} = 2$ et son ordonnée est $f(2) = 2^2 - 4 \times 2 + 1 = -3$ donc $S\,(2\,;-3)$. Notons $\mathcal{D}$ la droite perpendiculaire à d passant par $S\,(2\,;-3)$. Alors, un vecteur directeur de d est un vecteur normal à $\mathcal{D}$. On en déduit que $\vec{v}\,(-1\,;-1)$ est normal à $\mathcal{D}$ donc le vecteur $-\vec{v}\,(1\,;1)$ aussi. Comme $\mathcal{D}$ passe par S, on en déduit que

$$\begin{aligned} M\,(x\,;y) \in \mathcal{D} &\Leftrightarrow \overrightarrow{SM} \cdot (-\vec{v}) = 0 \\ &\Leftrightarrow (x-2) \times 1 + (y - (-3)) \times 1 = 0 \end{aligned}$$

Exercice 13 p. 280.

1. On a $f(4) = 4^2 - 4 \times 4 + 1 = 1$ donc les coordonnées de A sont $(4\,;1)$. Il s'ensuit que les coordonnées du projeté orthogonal de A sur l'axe des ordonnées sont $(0\,;1)$.
2. Notons S le sommet de $\mathscr{P}$. L'abscisse de S est $-\frac{-4}{2\times 1} = 2$ et son ordonnée est $f(2) = 2^2 - 4 \times 2 + 1 = -3$ donc $S\,(2\,;-3)$. Notons $\mathcal{D}$ la droite perpendiculaire à d passant par $S\,(2\,;-3)$. Alors, un vecteur directeur de d est un vecteur normal à $\mathcal{D}$. On en déduit que $\vec{v}\,(-1\,;-1)$ est normal à $\mathcal{D}$ donc le vecteur $-\vec{v}\,(1\,;1)$ aussi. Comme $\mathcal{D}$ passe par S, on en déduit que

$$\begin{aligned} M\,(x\,;y) \in \mathcal{D} &\Leftrightarrow \overrightarrow{SM} \cdot (-\vec{v}) = 0 \\ &\Leftrightarrow (x-2) \times 1 + (y - (-3)) \times 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow x + y + 1 = 0 \end{aligned}$$

Exercice 13 p. 280.

1. On a $f(4) = 4^2 - 4 \times 4 + 1 = 1$ donc les coordonnées de A sont $(4\,;1)$. Il s'ensuit que les coordonnées du projeté orthogonal de A sur l'axe des ordonnées sont $(0\,;1)$.
2. Notons S le sommet de $\mathscr{P}$. L'abscisse de S est $-\frac{-4}{2\times 1} = 2$ et son ordonnée est $f(2) = 2^2 - 4 \times 2 + 1 = -3$ donc $S\,(2\,;-3)$. Notons $\mathcal{D}$ la droite perpendiculaire à d passant par $S\,(2\,;-3)$. Alors, un vecteur directeur de d est un vecteur normal à $\mathcal{D}$. On en déduit que $\vec{v}\,(-1\,;-1)$ est normal à $\mathcal{D}$ donc le vecteur $-\vec{v}\,(1\,;1)$ aussi. Comme $\mathcal{D}$ passe par S, on en déduit que

$$\begin{aligned} M\,(x\,;y) \in \mathcal{D} &\Leftrightarrow \overrightarrow{SM} \cdot (-\vec{v}) = 0 \\ &\Leftrightarrow (x-2) \times 1 + (y - (-3)) \times 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow x + y + 1 = 0 \end{aligned}$$

donc une équation cartésienne de $\mathcal{D}$ est $x + y + 1 = 0$.

Or, le projeté orthogonal H de S sur d est le point d'intersection de d et $\mathcal{D}$ donc ses coordonnées sont solutions du système :

$$(S)\begin{cases} -x+y+7=0 \\ x+y+1=0 \end{cases}$$

Or, le projeté orthogonal H de S sur d est le point d'intersection de d et $\mathcal{D}$ donc ses coordonnées sont solutions du système :

$$(S)\begin{cases} -x+y+7=0 \\ x+y+1=0 \end{cases}$$

On résout donc ce système :

Or, le projeté orthogonal H de S sur d est le point d'intersection de d et $\mathcal{D}$ donc ses coordonnées sont solutions du système :

$$(S)\begin{cases}-x+y+7=0\\ x+y+1=0\end{cases}$$

On résout donc ce système :

$$(S)\begin{cases}-x+y+7=0 & L_1\\ x+y+1=0 & L_2\end{cases}$$

Or, le projeté orthogonal H de S sur d est le point d'intersection de d et $\mathcal{D}$ donc ses coordonnées sont solutions du système :

$$(S)\begin{cases}-x+y+7=0\\ x+y+1=0\end{cases}$$

On résout donc ce système :

$$(S)\begin{cases}-x+y+7=0 & L_1\\ x+y+1=0 & L_2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(x+y+1)-(-x+y+7)=0 & L_1 \leftarrow L_2-L_1\\ (-x+y+7)+(x+y+1)=0 & L_2 \leftarrow L_1+L_2\end{cases}$$

Or, le projeté orthogonal H de S sur d est le point d'intersection de d et $\mathcal{D}$ donc ses coordonnées sont solutions du système :

$$(S)\begin{cases}-x+y+7=0\\x+y+1=0\end{cases}$$

On résout donc ce système :

$$(S)\begin{cases}-x+y+7=0 & L_1\\x+y+1=0 & L_2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x+y+1)-(-x+y+7)=0 & L_1\leftarrow L_2-L_1\\(-x+y+7)+(x+y+1)=0 & L_2\leftarrow L_1+L_2\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}2x-6=0\\2y+8=0\end{cases}$$

Or, le projeté orthogonal H de S sur d est le point d'intersection de d et $\mathcal{D}$ donc ses coordonnées sont solutions du système :

$$(S)\begin{cases} -x+y+7=0 \\ x+y+1=0 \end{cases}$$

On résout donc ce système :

$$(S)\begin{cases} -x+y+7=0 & L_1 \\ x+y+1=0 & L_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+y+1)-(-x+y+7)=0 & L_1 \leftarrow L_2 - L_1 \\ (-x+y+7)+(x+y+1)=0 & L_2 \leftarrow L_1 + L_2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-6=0 \\ 2y+8=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-4 \end{cases}$$

Or, le projeté orthogonal H de S sur d est le point d'intersection de d et $\mathcal{D}$ donc ses coordonnées sont solutions du système :

$$(S)\begin{cases}-x+y+7=0\\ x+y+1=0\end{cases}$$

On résout donc ce système :

$$(S)\begin{cases}-x+y+7=0 & L_1\\ x+y+1=0 & L_2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(x+y+1)-(-x+y+7)=0 & L_1 \leftarrow L_2-L_1\\ (-x+y+7)+(x+y+1)=0 & L_2 \leftarrow L_1+L_2\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}2x-6=0\\ 2y+8=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}x=3\\ y=-4\end{cases}$$

Ainsi, les coordonnées de H sont $(3\,;-4)$.

Exercice 68 p. 288

Exercice 68 p. 288

1. FAUX : le projeté orthogonal de E sur (AD) est F.

Exercice 68 p. 288

1. FAUX : le projeté orthogonal de E sur (AD) est F.
2. VRAI.

Exercice 68 p. 288

1. FAUX : le projeté orthogonal de E sur (AD) est F.
2. VRAI.
3. FAUX : le projeté orthogonal de K sur (BE) est le milieu de [BC].

Exercice 68 p. 288

1. FAUX : le projeté orthogonal de E sur (AD) est F.
2. VRAI.
3. FAUX : le projeté orthogonal de K sur (BE) est le milieu de [BC].
4. VRAI.

Exercice 71 p. 288

Exercice 71 p. 288

1. Comme $-x_A + y_A + 9 = -0 + 9 + 9 = 18 \neq 0$, le point A n'appartient pas à d.

Exercice 71 p. 288

1. Comme $-x_A + y_A + 9 = -0 + 9 + 9 = 18 \neq 0$, le point A n'appartient pas à d.
2. Le vecteur $\vec{n}\,(-1\,;1)$ est normal à d.

Exercice 71 p. 288

1. Comme $-x_A + y_A + 9 = -0 + 9 + 9 = 18 \neq 0$, le point A n'appartient pas à d.
2. Le vecteur $\vec{n}\,(-1\,;1)$ est normal à d.
3. Le vecteur $\vec{v}\,(-1\,;-1)$ est un vecteur directeur de d donc $-\vec{v}\,(1\,;1)$ aussi.

Exercice 71 p. 288

1. Comme $-x_A + y_A + 9 = -0 + 9 + 9 = 18 \neq 0$, le point A n'appartient pas à d.
2. Le vecteur $\vec{n}\,(-1\,;1)$ est normal à d.
3. Le vecteur $\vec{v}\,(-1\,;-1)$ est un vecteur directeur de d donc $-\vec{v}\,(1\,;1)$ aussi. Alors, $-\vec{v}\,(1\,;1)$ est normal à d'.

Exercice 71 p. 288

1. Comme $-x_A + y_A + 9 = -0 + 9 + 9 = 18 \neq 0$, le point A n'appartient pas à d.
2. Le vecteur $\vec{n}\,(-1\,;1)$ est normal à d.
3. Le vecteur $\vec{v}\,(-1\,;-1)$ est un vecteur directeur de d donc $-\vec{v}\,(1\,;1)$ aussi. Alors, $-\vec{v}\,(1\,;1)$ est normal à d'. Comme d' passe par A, on en déduit que

Exercice 71 p. 288

1. Comme $-x_A + y_A + 9 = -0 + 9 + 9 = 18 \neq 0$, le point A n'appartient pas à d.
2. Le vecteur $\vec{n}\,(-1\,;1)$ est normal à d.
3. Le vecteur $\vec{v}\,(-1\,;-1)$ est un vecteur directeur de d donc $-\vec{v}\,(1\,;1)$ aussi. Alors, $-\vec{v}\,(1\,;1)$ est normal à d'. Comme d' passe par A, on en déduit que

$$M\,(x\,;y) \in d'$$

Exercice 71 p. 288

1. Comme $-x_A + y_A + 9 = -0 + 9 + 9 = 18 \neq 0$, le point A n'appartient pas à d.
2. Le vecteur $\vec{n}\,(-1\,;1)$ est normal à d.
3. Le vecteur $\vec{v}\,(-1\,;-1)$ est un vecteur directeur de d donc $-\vec{v}\,(1\,;1)$ aussi. Alors, $-\vec{v}\,(1\,;1)$ est normal à d'. Comme d' passe par A, on en déduit que

$$M\,(x\,;y) \in d' \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot (-\vec{v}) = 0$$

Exercice 71 p. 288

1. Comme $-x_A + y_A + 9 = -0 + 9 + 9 = 18 \neq 0$, le point A n'appartient pas à d.
2. Le vecteur $\vec{n}\,(-1\,;1)$ est normal à d.
3. Le vecteur $\vec{v}\,(-1\,;-1)$ est un vecteur directeur de d donc $-\vec{v}\,(1\,;1)$ aussi. Alors, $-\vec{v}\,(1\,;1)$ est normal à d'. Comme d' passe par A, on en déduit que

$$\begin{aligned} M\,(x\,;y) \in d' &\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot (-\vec{v}) = 0 \\ &\Leftrightarrow (x-0) \times 1 + (y-9) \times 1 = 0 \end{aligned}$$

Exercice 71 p. 288

1. Comme $-x_A + y_A + 9 = -0 + 9 + 9 = 18 \neq 0$, le point A n'appartient pas à d.
2. Le vecteur $\vec{n}\,(-1\,;1)$ est normal à d.
3. Le vecteur $\vec{v}\,(-1\,;-1)$ est un vecteur directeur de d donc $-\vec{v}\,(1\,;1)$ aussi. Alors, $-\vec{v}\,(1\,;1)$ est normal à d'. Comme d' passe par A, on en déduit que

$$\begin{aligned} M\,(x\,;y) \in d' &\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot (-\vec{v}) = 0 \\ &\Leftrightarrow (x-0) \times 1 + (y-9) \times 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow x + y - 9 = 0 \end{aligned}$$

Exercice 71 p. 288

1. Comme $-x_A + y_A + 9 = -0 + 9 + 9 = 18 \neq 0$, le point A n'appartient pas à d.
2. Le vecteur $\vec{n}\,(-1\,;1)$ est normal à d.
3. Le vecteur $\vec{v}\,(-1\,;-1)$ est un vecteur directeur de d donc $-\vec{v}\,(1\,;1)$ aussi. Alors, $-\vec{v}\,(1\,;1)$ est normal à d'. Comme d' passe par A, on en déduit que

$$\begin{aligned} M\,(x\,;y) \in d' &\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot (-\vec{v}) = 0 \\ &\Leftrightarrow (x-0)\times 1 + (y-9)\times 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow x + y - 9 = 0 \end{aligned}$$

donc une équation cartésienne de d' est $x + y - 9 = 0$.

4. Le projeté orthogonal H de A sur d est le point d'intersection de d et d' donc ses coordonnées sont solutions du système :

4. Le projeté orthogonal H de A sur d est le point d'intersection de d et d' donc ses coordonnées sont solutions du système :

$$(S)\begin{cases}-x+y+9=0\\ x+y-9=0\end{cases}$$

4. Le projeté orthogonal H de A sur d est le point d'intersection de d et d' donc ses coordonnées sont solutions du système :

$$(S)\begin{cases} -x+y+9=0 \\ x+y-9=0 \end{cases}$$

On résout donc ce système :

4. Le projeté orthogonal H de A sur d est le point d'intersection de d et d' donc ses coordonnées sont solutions du système :

$$(S)\begin{cases} -x+y+9=0 \\ x+y-9=0 \end{cases}$$

On résout donc ce système :

$$(S)\begin{cases} -x+y+9=0 & L_1 \\ x+y-9=0 & L_2 \end{cases}$$

4. Le projeté orthogonal H de A sur d est le point d'intersection de d et d' donc ses coordonnées sont solutions du système :

$$(S)\begin{cases} -x+y+9=0 \\ x+y-9=0 \end{cases}$$

On résout donc ce système :

$$(S)\begin{cases} -x+y+9=0 & L_1 \\ x+y-9=0 & L_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+y-9)-(-x+y+9)=0 & L_1 \leftarrow L_2 - L \\ -x+y+9+(x+y-9)=0 & L_2 \leftarrow L_1 + L \end{cases}$$

4. Le projeté orthogonal H de A sur d est le point d'intersection de d et d' donc ses coordonnées sont solutions du système :

$$(S)\begin{cases} -x+y+9=0 \\ x+y-9=0 \end{cases}$$

On résout donc ce système :

$$\begin{aligned} (S)\begin{cases} -x+y+9=0 & L_1 \\ x+y-9=0 & L_2 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} (x+y-9)-(-x+y+9)=0 & L_1 \leftarrow L_2 - L \\ -x+y+9+(x+y-9)=0 & L_2 \leftarrow L_1 + L \end{cases} \\ &\Leftarrow \begin{cases} 2x-18=0 \\ 2y=0 \end{cases} \end{aligned}$$

4. Le projeté orthogonal H de A sur d est le point d'intersection de d et d' donc ses coordonnées sont solutions du système :

$$(S)\begin{cases} -x+y+9=0 \\ x+y-9=0 \end{cases}$$

On résout donc ce système :

$$(S)\begin{cases} -x+y+9=0 & L_1 \\ x+y-9=0 & L_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+y-9)-(-x+y+9)=0 & L_1 \leftarrow L_2 - L \\ -x+y+9+(x+y-9)=0 & L_2 \leftarrow L_1 + L \end{cases}$$

$$\Leftarrow \begin{cases} 2x-18=0 \\ 2y=0 \end{cases}$$

$$\Leftarrow \begin{cases} x=9 \\ y=0 \end{cases}$$

4. Le projeté orthogonal H de A sur d est le point d'intersection de d et d' donc ses coordonnées sont solutions du système :

$$(S)\begin{cases}-x+y+9=0\\ x+y-9=0\end{cases}$$

On résout donc ce système :

$$\begin{aligned}(S)\begin{cases}-x+y+9=0 & L_1\\ x+y-9=0 & L_2\end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases}(x+y-9)-(-x+y+9)=0 & L_1 \leftarrow L_2 - L\\ -x+y+9+(x+y-9)=0 & L_2 \leftarrow L_1 + L\end{cases}\\ &\Leftarrow \begin{cases}2x-18=0\\ 2y=0\end{cases}\\ &\Leftarrow \begin{cases}x=9\\ y=0\end{cases}\end{aligned}$$

Ainsi, les coordonnées de H sont $(9\,;0)$.

Exercice 75 p. 289.

Exercice 75 p. 289. La droite $d : y = 2$ est parallèle à l'axe de abscisse

Exercice 75 p. 289. La droite $d : y = 2$ est parallèle à l'axe de abscisse donc une perpendiculaire à d est parallèle à l'axe de ordonnées.

Exercice 75 p. 289. La droite $d : y = 2$ est parallèle à l'axe de abscisse donc une perpendiculaire à d est parallèle à l'axe de ordonnées. Ainsi, la perpendiculaire à d passant par H est la droite d'équation $x = 5$.

Exercice 75 p. 289. La droite $d : y = 2$ est parallèle à l'axe de abscisse donc une perpendiculaire à d est parallèle à l'axe de ordonnées. Ainsi, la perpendiculaire à d passant par H est la droite d'équation $x = 5$. Ainsi, pour tout point M de cette droite, le projeté de M sur d est H.

Exercice 75 p. 289. La droite $d : y = 2$ est parallèle à l'axe de abscisse donc une perpendiculaire à d est parallèle à l'axe de ordonnées. Ainsi, la perpendiculaire à d passant par H est la droite d'équation $x = 5$. Ainsi, pour tout point M de cette droite, le projeté de M sur d est H. Par exemple, H est le projeté de $A\,(5\,;0)$ sur d.