Corrigé des exercices de révisions de probabilités

Exercice 1.

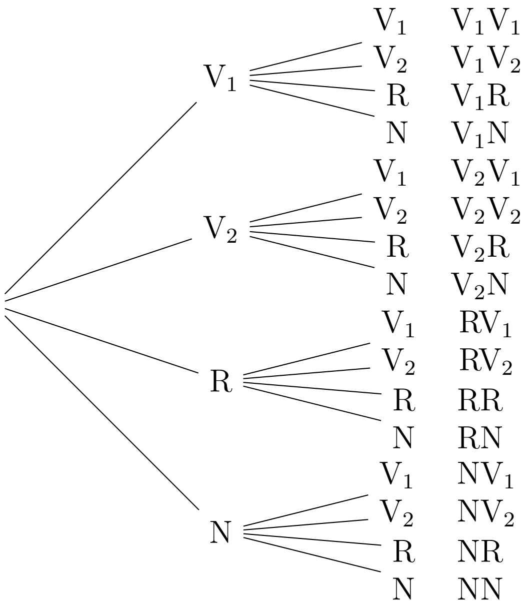
1. Comme la somme des probabilités des évènements élémentaires est égale à 1, on a $P(1)+P(2)+P(3)+P(4)+P(5)+P(6)=1$ c'est-à-dire $\frac{1}{12}+a+\frac{1}{4}+\frac{1}{12}+\frac{1}{3}+\frac{1}{12}=1$. On en déduit que $a=1-\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{4}+\frac{1}{12}+\frac{1}{3}+\frac{1}{12}\right)$ soit $\boxed{a=\frac{1}{6}}$.

2. **a.** $\mathrm{A}=\{2,4,6\}$ donc $P(\mathrm{A})=P(2)+P(4)+P(6)=\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{12}$ soit $\boxed{P(\mathrm{A})=\frac{1}{3}}$.

b. $\mathrm{B}=\{1,2,3,4,5\}$ donc $\mathrm{B}=\overline{\{6\}}$ et ainsi $P(\mathrm{B})=1-P(6)=1-\frac{1}{12}$ soit $\boxed{P(\mathrm{B})=\frac{11}{12}}$.

c. $\mathrm{C}=\{1,2,3,4,5,6\}=\Omega$ donc $\boxed{P(\mathrm{C})=1}$.

Exercice 2.



1. A l'aide de l'arbre ci-contre, on dénombre 16 tirages différents qui donnent 9 issues différentes.

2. On en déduit que l'univers de cette expérience est

$$\Omega=\{\mathrm{VV},\mathrm{VR},\mathrm{VN},\mathrm{RV},\mathrm{RR},\mathrm{RN},\mathrm{NV},\mathrm{NR},\mathrm{NN}\}$$

(où V désigne la couleur verte, R la couleur rouge et N la couleur noire).

3. Comme les 16 tirages sont équiprobables et qu'il y a 6 tirages qui réalisent A, $P(\mathrm{A})=\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$.

4. **a.** $\overline{\mathrm{B}}$ est l'évènement « Aucune boule tirée n'est noire ».

b. Il y a 9 tirages qui réalisent $\overline{\mathrm{B}}$ donc $P(\overline{\mathrm{B}})=\frac{9}{16}$ et ainsi $P(\mathrm{B})=1-P(\overline{\mathrm{B}})=\frac{7}{16}$

Exercice 3.

1. On obtient le tableau suivant :

	Charente-Maritime	Yvelines	Total
$N<500$	215	54	269
$500\leqslant N<1\,000$	129	67	196
$1\,000\leqslant<3500$	99	58	157
$N\geqslant 3\,500$	29	83	112
Total	472	262	734

2. Le nombre total de communes est 734. On modélise le choix d'une commune au hasard par l'équiprobabilité sur l'ensemble des 734 communes. Parmi celles-ci, il y en a 472 qui sont situées en Charente-Maritime donc la probabilité que la commune choisie soit en Charente-Maritime est $\frac{472}{734}$ soit $\boxed{\frac{236}{367}}$.

3. **a.** Il y a 472 communes en Charente-Maritime. On modélise le choix au hasard par l'équiprobabilité sur l'ensemble de ces 472 communes. Parmi celles-ci, il y en a $215+129=344$ qui ont moins de 1000 habitants. Ainsi, la probabilité de choisir une commune ayant moins de 1000 habitants parmi les communes de Charente-Maritime est $\frac{344}{472}$ soit $\boxed{\frac{43}{59}}$.

b. Il y a 262 communes dans les Yvelines. On modélise le choix au hasard par l'équiprobabilité sur l'ensemble de ces 262 communes. Parmi celles-ci, il y en a $54 + 67 = 121$ qui ont moins de 1000 habitants. Ainsi, la probabilité de choisir une commune ayant moins de 1000 habitants parmi les communes des Yvelines est $\boxed{\dfrac{121}{262}}$.

4. Il y a $269 + 196 = 465$ communes de moins de 1000 habitants sur l'ensemble des deux départements. On modélise le choix au hasard par l'équiprobabilité ces 465 communes. Parmi celles-ci, il y en a $215 + 129 = 344$ qui sont situées en Charente-Maritime. Ainsi, la probabilité de choisir une commune de Charente-Maritime parmi les communes de moins de 1000 habitants est $\boxed{\dfrac{344}{465}}$.

Exercice 4.

1. D'après l'énoncé, $P(\mathrm{A}) = 0{,}8$, $P(\mathrm{B}) = 0{,}6$ et, comme $\mathrm{A} \cap \mathrm{B}$ est l'événement : « l'individu possède les deux caractères », $P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = 0{,}45$. Par théorème, $P(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = P(\mathrm{A}) + P(\mathrm{B}) - P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})$ donc $P(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = 0{,}8 + 0{,}6 - 0{,}45$ soit $\boxed{P(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = 0{,}95}$.

2. L'événement C est l'évènement contraire de l'événement « l'individu possède les deux caractères » c'est-à-dire $\mathrm{C} = \overline{\mathrm{A} \cap \mathrm{B}}$. On en déduit que $P(\mathrm{C}) = 1 - P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = 1 - 0{,}45$ soit $\boxed{P(\mathrm{C}) = 0{,}55}$.

3. L'événement D est l'évènement contraire de l'évènement « l'individu possède au moins l'un des deux caractères » c'est-à-dire $\mathrm{D} = \overline{\mathrm{A} \cup \mathrm{B}}$. On en déduit que $P(\mathrm{D}) = 1 - P(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = 1 - 0{,}95$ soit $\boxed{P(\mathrm{D}) = 0{,}05}$.

Exercice 5.

1. On obtient le tableau suivant :

dé 1 \ dé 2	1	2	3	4	5	6
1	0	1	2	3	4	5
2	1	0	1	2	3	4
3	2	1	0	1	2	3
4	3	2	1	0	1	2
5	4	3	2	1	0	1
6	3	2	1	0	1	2

L'univers de cette expérience est $\Omega = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.

2. Les lancers sont équiprobables donc la probabilité d'une issue est $\dfrac{m}{36}$ où m est le nombre de lancers qui réalisent cette issue. On en déduit la loi de probabilité donnée par le tableau ci-dessous :

issue	0	1	2	3	4	5
probabilité	$\dfrac{6}{36} = \dfrac{1}{6}$	$\dfrac{10}{36} = \dfrac{5}{18}$	$\dfrac{8}{36} = \dfrac{2}{9}$	$\dfrac{6}{36} = \dfrac{1}{6}$	$\dfrac{4}{36} = \dfrac{1}{9}$	$\dfrac{2}{36} = \dfrac{1}{18}$

3. Notons A l'évènement « on gagne au moins autant qu'on a misé ». Ainsi, $\mathrm{A} = \{3, 4, 5\}$ donc $P(\mathrm{A}) = P(3) + P(4) + P(5) = \frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{1}{18} = \frac{6}{18}$ soit $P(\mathrm{A}) = \frac{1}{3}$. La probabilité de gagner au moins autant qu'on a misé est $\frac{1}{3}$ donc la probabilité de gagner moins qu'on a misé, et donc de perdre de l'argent, est $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$. Ainsi, la probabilité de perdre de l'argent est deux fois plus grande que celle de rembourser au moins sa mise donc on n'a pas intérêt à jouer à ce jeu.

Exercice 6. À chaque lancer, on a deux possibilités : pile ou face. Il y a donc $2^{10} = 1024$ lancers différents. Comme la pièce est équilibrée, on modélise l'expérience par l'équiprobabilité sur l'ensemble des 1024 lancers.

Notons A l'évènement « obtenir au moins une fois face au cours des 10 lancers ». Alors, l'évènement $\overline{\mathrm{A}}$ est « ne jamais obtenir face au cours des 10 lancers » autrement dit « obtenir pile à chaque lancer ». Il n'y a donc qu'une seule façon de réaliser $\overline{\mathrm{A}}$: c'est de tomber sur pile à chaque lancer. On en déduit que $P(\mathrm{A}) = \frac{1}{1024}$ donc $P(\overline{\mathrm{A}}) = 1 - \frac{1}{1024} = \frac{1023}{1024}$.

Ainsi, la probabilité d'obtenir au moins une fois face au cours des 10 lancers est $\frac{1023}{1024}$.