♦ Formulaire de dérivation

I. — Équation d'une tangente

Soit f une fonction définie sur un intervalle I et $a \in I$ qui n'est pas une borne de I. Si f est dérivable en a alors la courbe représentative de f dans un repère admet une tangente T_a au point d'abscisse a et une équation de T_a est :

$$y = f'(a)(x-a) + f(a).$$

II. — Dérivées des fonctions de référence

On désigne par C, m et p des constantes réelles et par n un entier naturel non nul.

Si $f(x) =$	alors $f'(x) =$	pour tout x dans
C	0	$\mathbb{R}$
$mx+p$	m	$\mathbb{R}$
x^2	$2x$	$\mathbb{R}$
x^3	$3x^2$	$\mathbb{R}$
x^n	nx^{n-1}	$\mathbb{R}$
$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$	$]-\infty\,;0[\cup]0\,;+\infty[$
$\dfrac{1}{x^n}$	$-\dfrac{n}{x^{n+1}}$	$]-\infty\,;0[\cup]0\,;+\infty[$
$\sqrt{x}$	$\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0\,;+\infty[$

Remarque. Toutes les fonctions de référence sont dérivables sur leurs ensembles de définition respectifs SAUF la fonction racine carrée qui n'est pas dérivable en 0.

III. — Dérivée et opérations algébriques

Si u et v sont deux fonctions dérivables sur un ensemble E et si k est un réel alors les fonctions $u+v$, ku, uv, $\dfrac{1}{v}$ et $\dfrac{u}{v}$ sont dérivables sur leurs ensembles de définition respectifs et

$(u+v)' = u'+v'$	$(ku)' = ku'$	$(uv)' = u'v+uv'$	$\left(\dfrac{1}{v}\right)' = -\dfrac{v'}{v^2}$	$\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v-uv'}{v^2}$

Remarque

1. En écrivant $u-v = u+(-v)$, on obtient que $u-v$ est dérivable et $(u-v)' = u'-v'$.
2. La formule pour la somme (et la différence) se généralise à autant de fonctions que l'on veut : si u_1, u_2, ..., u_n sont n fonctions dérivables sur un ensemble E alors $u_1+u_2+\cdots+u_n$ est dérivable sur E et $(u_1+u_2+\cdots+u_n)' = u_1'+u_2'+\cdots+u_n'$.
3. En écrivant $u^2 = u\times u$, on obtient que u^2 est dérivable sur E et que $(u^2)' = 2u'u$.

IV. — Composée d'une fonction affine suivie d'une fonction dérivable

Soit u une fonction dérivable sur un intervalle I et m et p deux réels. On note J un intervalle tel que, pour tout $x \in J$, $mx+p \in I$. Alors, la fonction $f : x \mapsto u(mx+p)$ est dérivable sur J et, pour tout $x \in J$, $f'(x) = mu'(mx+p)$.