Correction des exercices sur le conditionnement

Exercice 1.

1. $P_B(A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{\frac{2}{5}}{\frac{3}{4}}$ soit $\boxed{P_B(A) = \dfrac{8}{15}}$.

2. Etant donné que $P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B)$, on a $P(A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P_A(B)} = \dfrac{\frac{2}{5}}{\frac{2}{3}}$ soit $\boxed{P(A) = \dfrac{3}{5}}$

3. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \dfrac{3}{5} + \dfrac{3}{4} - \dfrac{2}{5}$ soit $\boxed{P(A \cup B) = \dfrac{19}{20}}$.

Exercice 2.

a) $P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - \dfrac{1}{3}$ soit $\boxed{P(\overline{A}) = \dfrac{2}{3}}$.

b) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{4} - \dfrac{3}{16}$ soit $\boxed{P(A \cup B) = \dfrac{19}{48}}$.

c) $P_A(B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{\frac{3}{16}}{\frac{1}{3}}$ soit $\boxed{P_A(B) = \dfrac{9}{16}}$.

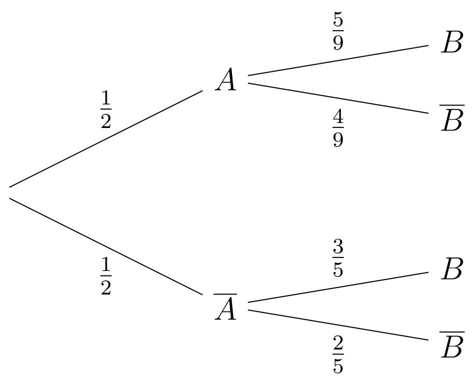
d) $P_B(A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{\frac{3}{16}}{\frac{1}{4}}$ soit $\boxed{P_B(A) = \dfrac{3}{4}}$.

e) $P_A(\overline{B}) = 1 - P_A(B) = 1 - \dfrac{9}{16}$ soit $\boxed{P_A(\overline{B}) = \dfrac{7}{16}}$.

f) $P_{\overline{A}}(\overline{B}) = \dfrac{P(\overline{A} \cap \overline{B})}{P(\overline{A})}$. Or, comme $\overline{A} \cap \overline{B}$ est l'événement contraire de $A \cup B$ donc $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \dfrac{19}{48} = \dfrac{29}{48}$. Ainsi, $P_{\overline{A}}(\overline{B}) = \dfrac{\frac{29}{48}}{\frac{2}{3}}$ soit $\boxed{P_{\overline{A}}(\overline{B}) = \dfrac{29}{32}}$.

Exercice 3.

1. On peut représenter l'expérience par l'arbre suivant.



2. La probabilité que la boule tirée soit rouge et provienne du sac S_1 est $P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{5}{9}$ soit $\boxed{P(A \cap B) = \dfrac{5}{18}}$.

3. Les évènements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales, la probabilité de tirer une boule rouge est

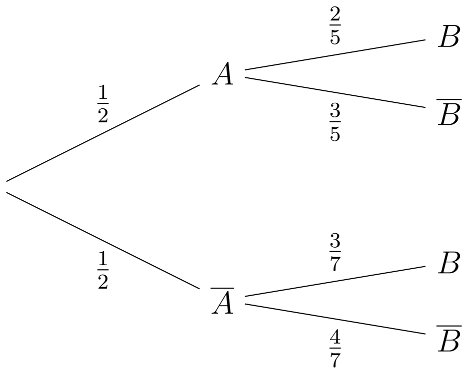
$$P(B) = P(A)P_A(B) + P(\overline{A})P_{\overline{A}}(B) = \frac{1}{2} \times \frac{5}{9} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{5}$$

soit $\boxed{P(B) = \dfrac{26}{45}}$.

4. La probabilité de tirer une boule qui provient de S_1 sachant que cette boule est rouge est $P_B(A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{\frac{5}{18}}{\frac{26}{45}}$ soit $\boxed{P_B(A) = \dfrac{25}{52}}$.

Exercice 4.

1. On peut représenter l'expérience par l'arbre suivant.



2. La probabilité que la boule tirée soit une boule blanche de l'urne U_1 est $P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{2}{5}$ soit $\boxed{P(A \cap B) = \dfrac{1}{5}}$.

3. Les évènements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales, la probabilité de tirer une boule blanche est

$$P(B) = P(A)P_A(B) + P(\overline{A})P_{\overline{A}}(B) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{7}$$

soit $\boxed{P(B) = \dfrac{29}{70}}$.

4. La probabilité de tirer une boule qui provient de U_1 sachant que cette boule est blanche est $P_B(A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{\frac{1}{5}}{\frac{29}{70}}$ soit $\boxed{P_B(A) = \dfrac{14}{29}}$.