

VRAI/FAUX - Sciences Po 2020

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = 4^{3n-1} = 4^{3n} \times 4^{-1} = (4^3)^n \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \times 64^n$ donc (u_n) est une suite géométrique de raison 64 (et de premier terme $\frac{1}{4}$)

L'affirmation est donc VRAIE.

3. Pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$S_n = 3 \times \frac{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n}{1 - \frac{2}{3}} = 3 \times \frac{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n}{\frac{1}{3}} = 3 \times \frac{3}{1} \times \left[1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n\right] = 9 \left[1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n\right].$$

On ne peut pas vraiment conclure avec les outils de première mais on peut au moins faire une conjecture à l'aide de la calculatrice :

5	7.814815
10	8.843926
15	8.979447
20	8.997293
25	8.999644
30	8.999953
35	8.999994
40	8.999999

Il semble donc que l'affirmation soit VRAIE.

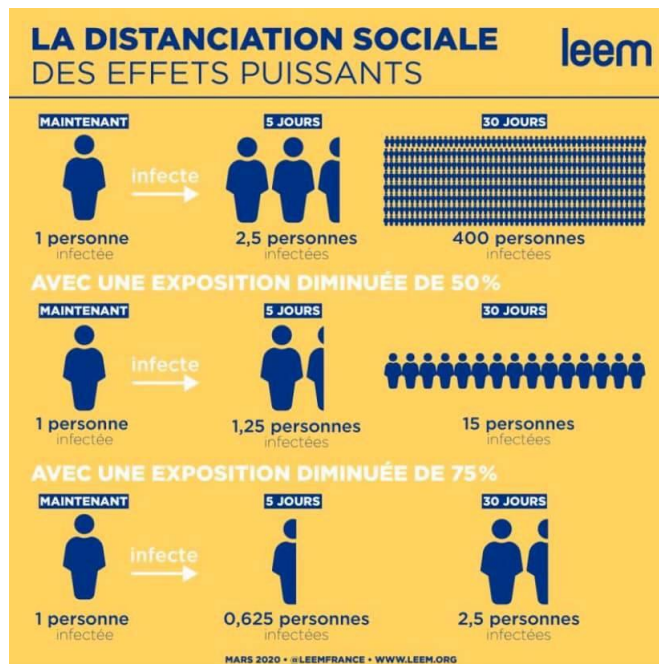
4. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on note u_n le montant des intérêts payés le n -ième mois. Ainsi, $u_1 = 350$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_{n+1} = u_n - 2$ donc (u_n) est une suite arithmétique de raison -2 . On a donc, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = u_1 + (-2)(n - 1) = 350 - 2(n - 1) = 352 - 2n$.

Le montant des intérêts versés après 100 mensualités est donc

$$u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{100} = 100 \times \frac{u_1 + u_{100}}{2} = 100 \times \frac{350 + 352 - 2 \times 100}{2} = 25100$$

L'affirmation est donc FAUSSE.

Document sur la distanciation sociale



Notons, pour tout $n \in \mathbb{N}$, u_n le nombre de personnes contaminées à partir d'une personne après $5n$ jours. Dans les trois cas, on a $u_0 = 1$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = qu_n$ où q est le nombre de personnes infectées par une personne après 5 jours.

Ainsi, comme $30 = 6 \times 5$, le nombre total de personnes infectées au bout de 30 jours est

$$T = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_6 = u_1 \times \frac{1 - q^7}{1 - q} = 1 \times \frac{1 - q^7}{1 - q} = \frac{1 - q^7}{1 - q}$$

Dans la première situation, on a $q = 2,5$ donc $T = \frac{1 - 2,5^7}{1 - 2,5} \approx 402$ personnes.

Dans la deuxième situation, on a $q = 1,25$ donc $T = \frac{1 - 1,25^7}{1 - 1,25} \approx 15$ personnes.

Dans la troisième situation, on a $q = 0,625$ donc $T = \frac{1 - 0,625^7}{1 - 0,625} \approx 2,6$ personnes.

Ces chiffres sont donc bien en accord avec ceux du document.