Correction des exercices donnés pour le vendredi 13 mars 2020

Exercice 10 p. 147

1. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n - 120$.
2. La suite (u_n) est arithmétique de raison -120.
3. Par théorème, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = u_0 + (-120)n = 1500 - 120n$.
4. On cherche $n \in \mathbb{N}$ tel que $u_n \leqslant 500$. Or,

$$u_n \leqslant 500 \Leftrightarrow 1500 - 120n \leqslant 500 \Leftrightarrow 1500 - 500 \leqslant 120n \Leftrightarrow 1000 \leqslant n \Leftrightarrow \frac{1000}{120} \leqslant n.$$

Or, $\frac{1000}{120} \approx 8{,}3$ donc, comme n est entier, $u_n \leqslant 500$ si et seulement si $n \geqslant 9$. Ainsi, la population de la ville sera inférieure à 500 habitants au bout de 9 ans (soit en 2018+9=2027).
On cherche $n \in \mathbb{N}$ tels que $u_n = 0$. Or,

$$u_n = 0 \Leftrightarrow 1500 - 120n = 0 \Leftrightarrow 1500 = 120n \Leftrightarrow \frac{1500}{120} = n \Leftrightarrow n = 12{,}5$$

Comme n est entier, on peut donc dire que le nombre d'habitant sera nul au bout de 13 ans.

Exercice 15 p. 150

1. On a, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n + 23$ donc (u_n) est une suite arithmétique de raison 23.
2. On en déduit que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = u_0 + 23n = 1750 + 23n$. Comme $2025 = 2018 + 7$, on calcule u_7. Or, $u_7 = 1750 + 23 \times 7 = 1911$. On peut donc estimer le salaire de Gérald en 2025 à 1911 euros.
3. On cherche $n \in \mathbb{N}$ tel que $u_n \geqslant 2000$. Or,

$$u_n \geqslant 2000 \Leftrightarrow 1750 + 23n \geqslant 2000 \Leftrightarrow 23n \geqslant 2000 - 1750 \Leftrightarrow 23n \geqslant 250 \Leftrightarrow n \geqslant \frac{250}{23}$$

Or, $\frac{250}{23} \approx 10{,}9$ donc, comme n est entier, $u_n \geqslant 2000$ pour tout $n \geqslant 11$. Ainsi, le salaire mensuel de Gérald dépassera 2000 euros en $2018 + 11 = 2029$.

Exercice 59 p. 158

1. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = u_0 + nr = -1 + 4n$ donc $u_5 = -1 + 4 \times 5 = 19$ et $u_{10} = -1 + 4 \times 10 = 39$.
2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = u_{12} + (n - 12)r = 9 + \frac{1}{3}(n - 12)$ donc $u_0 = 9 + \frac{1}{3}(0 - 12) = 5$ et $u_6 = 9 + \frac{1}{3}(6 - 12) = 7$.
3. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = u_0 + nr = 1 + nr$. Ainsi, $u_{10} = 1 + 10r$ c'est-à-dire $31 = 1 + 10r$. Ainsi, $30 = 10r$ donc $r = 3$. Dès lors, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = 1 + 3n$ donc $u_{2018} = 1 + 3 \times 2018 = 6055$.
4. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = u_5 + (n - 5)r = -12 + (n - 5)r$. Ainsi, $u_{13} = -12 + (13 - 5)r$ c'est-à-dire $-44 = -12 + 8r$ donc $-32 = 8r$ donc $r = -4$. Dès lors, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = -12 - 4(n - 5)$ donc $u_{50} = -12 - 4(50 - 5) = -12 - 4 \times 45 = -192$.

Exercice 61 p .158

On sait que le nuage de point d'une suite arithmétique est composé de points alignés. Ainsi, les suites b et c sont arithmétiques mais pas les suites a et d.

De plus, la raison de la suite est le coefficient directeur de la droite portant les points du nuage. Pour la suite b, on trouve environ 1,2 et pour la suite c, 0,5.