Corrigés des exercices donnés pour le vendredi 12 juin 2020

Exercice 5 p. 279. Une équation du cercle centre $\Omega\,(-9\,;3)$ et de rayon $\sqrt{5}$ est $(x-(-9))^2+(y-3)^2=\sqrt{5}^2$ i.e. $(x+9)^2+(y-3)^2=5$.

Exercice 6 p. 279. Si on note R le rayon du cercle de centre $\Omega\,(-4\,;-5)$ passant par $A\,(90\,;76)$ alors

$$R^2=\Omega A^2=(90-(-4))^2+(76-(-5))^2=15397$$

donc une équation de ce cercle est $(x-(-4))^2+(y-(-5))^2=15397$ i.e. $(x+4)^2+(y+5)^2=15397$.

Exercice 7 p. 279. Notons $\mathscr{C}$ le cercle de diamètre $[AB]$. Alors, le centre de $\mathscr{C}$ est le milieu I de $[AB]$. Les coordonnées de I donc $\left(\frac{-3+9}{2}\,;\frac{5+3}{2}\right)$ i.e. $(3\,;4)$. Notons R le rayon de $\mathscr{C}$. Alors,

$$R^2=IA^2=(-3-3)^2+(5-4)^2=37$$

donc une équation de $\mathscr{C}$ est $(x-3)^2+(y-4)^2=37$.

Exercice 9 p. 279. Commençons par « normaliser » i.e. par obtenir une équation équivalente dans laquelle les coefficients de x^2 et y^2 sont égaux à 1. Pour cela, on divise l'équation donnée par 5 et on obtient l'équation équivalente : $x^2+y^2-x-\frac{6}{5}y=\frac{839}{100}$.

Ensuite, on utilise la forme canonique : $x^2-x=(x-\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4}$ et $y^2-\frac{6}{5}y=(y-\frac{3}{5})^2-\frac{9}{25}$. Ainsi,

$$\begin{aligned}
x^2+y^2-x-\frac{6}{5}y=\frac{839}{100} &\Leftrightarrow \left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}+\left(y-\frac{3}{5}\right)^2-\frac{9}{25}=\frac{839}{100}\\
&\Leftrightarrow \left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{5}\right)^2=\frac{839}{100}+\frac{1}{4}+\frac{9}{25}\\
&\Leftrightarrow \left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{5}\right)^2=9\\
&\Leftrightarrow \left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{5}\right)^2=3^2
\end{aligned}$$

Ainsi, l'équation donnée est celle du cercle de centre $\Omega\left(\frac{1}{2}\,;\frac{3}{5}\right)$ et de rayon $R=3$.

Exercice 10 p. 279. En utilisant les formes canoniques,

$$\begin{aligned}
x^2-2x+y^2+4y+8=0 &\Leftrightarrow (x-1)^2-1+(y+2)^2-4+8=0\\
&\Leftrightarrow (x-1)^2+(y+2)^2+3=0\\
&\Leftrightarrow (x-1)^2+(y+2)^2=-3
\end{aligned}$$

Comme $-3<0$, on conclut l'équation donnée représente l'ensemble vide et non pas un cercle.

Exercice 59 p. 287

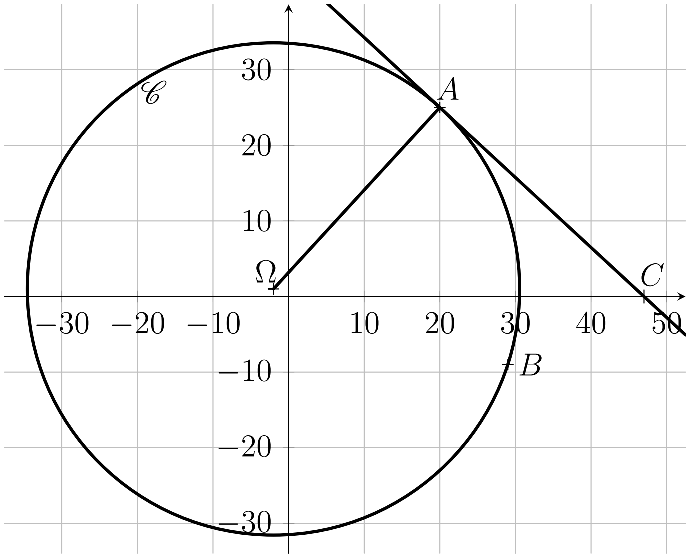
1. L'équation $x^2+y^2-4=0$ équivaut à $(x-0)^2+(y-0)^2=2^2$ donc il s'agit d'une équation du cercle de centre de coordonnées $(0\,;0)$ et de rayon 2 i.e. le cercle vert.

2. L'équation $(x-1)^2+(y-1)^2=4$ équivaut à $(x-1)^2+(y-1)^2=2^2$ donc il s'agit d'une équation du cercle de centre de coordonnées $(1\,;1)$ et de rayon 2 i.e. le cercle rouge.

3. L'équation $(x-3)^2+(y+1)^2=5$ équivaut à $(x-3)^2+(y-(-1))^2=\sqrt{5}^2$ donc il s'agit d'une équation du cercle de centre de coordonnées $(3\,;-1)$ et de rayon $\sqrt{5}$ i.e. le cercle bleu.

Exercice 63 p. 287

1.



Le point B semble appartenir à $\mathscr{C}$.

2. Soit R le rayon de $\mathscr{C}$. Alors,

$$\Omega A^2=(20-(-2))^2+(25-1)^2=22^2+24^2=1060$$

donc une équation de $\mathscr{C}$ est $(x-(-2))^2+(y-1)^2=1060$ i.e. $(x+2)^2+(y-1)^2=1060$.

3. On a $(x_B+2)^2+(y_B-1)^2=(29+2)^2+(-9-1)^2=31^1+10^2=1061\neq 1060$ donc B n'appartient pas à $\mathscr{C}$.

4. La droite (AC) est tangente à $\mathscr{C}$ en A si (AC) est perpendiculaire à (ΩA). Or, $\overrightarrow{AC}\,(27\,;-25)$ et $\overrightarrow{\Omega A}\,(22\,;24)$ donc

$$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{\Omega A}=27\times 22+(-25)\times 24=-6\neq 0$$

donc les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{\Omega A}$ ne sont pas orthogonaux et ainsi (AC) et (ΩA) ne sont pas perpendiculaires. On en déduit que (AC) n'est pas tangente à $\mathscr{C}$ en A.