Corrigés des exercices donnés pour le vendredi 05 juin 2020

Exercice 1 p. 277. Notons $\mathcal{D}$ la droite passant par $A\,(-2\,;1)$ et de vecteur normal $\vec{n}\,(2\,;-1)$. Alors,

$$\begin{aligned} M\,(x\,;y) \in \mathcal{D} &\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = 0 \\ &\Leftrightarrow (x-(-2)) \times 2 + (y-1) \times (-1) = 0 \\ &\Leftrightarrow 2(x+2) - (y-1) = 0 \\ &\Leftrightarrow 2x + 4 - y + 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow 2x - y + 5 = 0 \end{aligned}$$

Ainsi, une équation cartésienne de $\mathcal{D}$ est $2x - y + 5 = 0$.

Exercice 3 p. 277. La médiatrice $\mathcal{D}$ du segment $[AB]$ est la droite passant par le milieu I de $[AB]$ et perpendiculaire à (AB). Ainsi, $\overrightarrow{AB}\,(6\,;4)$ est un vecteur normal à $\mathcal{D}$. De plus, les coordonnées de I sont $\left(\frac{-2+4}{2}\,;\frac{-1+3}{2}\right)$ i.e. $(1\,;1)$. Dès lors,

$$\begin{aligned} M\,(x\,;y) \in \mathcal{D} &\Leftrightarrow \overrightarrow{IM} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \\ &\Leftrightarrow (x-1) \times 6 + (y-1) \times 4 = 0 \\ &\Leftrightarrow 6x - 6 + 4y - 4 = 0 \\ &\Leftrightarrow 6x + 4y - 10 = 0 \\ &\Leftrightarrow 3x + 2y - 5 = 0 \end{aligned}$$

Ainsi, une équation cartésienne de $\mathcal{D}$ est $3x + 2y - 5 = 0$.

Exercice 4 p. 277. Soit $\mathcal{D}$ la droite passant par le point $A\,(6\,;7)$ et perpendiculaire à la droite $\Delta : 98x + 65y + 12 = 0$. Un vecteur directeur de Δ est $\vec{v}\,(-65\,;98)$ donc, comme $\mathcal{D} \perp \Delta$, $\vec{v}$ est normal à $\mathcal{D}$.

$$\begin{aligned} M\,(x\,;y) \in \mathcal{D} &\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \vec{v} = 0 \\ &\Leftrightarrow (x-6) \times (-65) + (y-7) \times 98 = 0 \\ &\Leftrightarrow -65x + 390 + 98y - 686 = 0 \\ &\Leftrightarrow -65x + 98y - 296 = 0 \end{aligned}$$

Ainsi, une équation cartésienne de $\mathcal{D}$ est $-65x + 98y - 296 = 0$.

Exercice 49 p. 277

1. $\mathcal{D} : -2x + y + 6 = 0$: un vecteur directeur de $\mathcal{D}$ est $\vec{v}\,(-1\,;-2)$ et un vecteur normal est $\vec{n}\,(-2\,;1)$.
2. $\mathcal{D} : y = -x + 5$: un vecteur directeur de $\mathcal{D}$ est $\vec{v}\,(1\,;-1)$ et un vecteur normal est $\vec{n}\,(-1\,;-1)$.
3. $\mathcal{D} : 3x + 6 = 0$: un vecteur directeur de $\mathcal{D}$ est $\vec{v}\,(0\,;3)$ et un vecteur normal est $\vec{n}\,(3\,;0)$.
4. $\mathcal{D} : -5y - 15 = 0$: un vecteur directeur de $\mathcal{D}$ est $\vec{v}\,(5\,;0)$ et un vecteur normal est $\vec{n}\,(0\,;5)$.

Exercice 51 p. 286. Un vecteur directeur de d est $\vec{v}\left(1\,;\frac{3}{7}\right)$ donc $7\vec{v}\,(7\,;3)$ est aussi un vecteur directeur de d. Soit $\mathcal{D}$ la perpendiculaire à d passant par $\mathrm{O}\,(0\,;0)$. Alors, $7\vec{v}$ est un vecteur normal à $\mathcal{D}$ donc

$$\begin{aligned} M\,(x\,;y) \in \mathcal{D} &\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot (7\vec{v}) = 0 \\ &\Leftrightarrow (x-0) \times 7 + (y-0) \times 3 = 0 \\ &\Leftrightarrow 7x + 3y = 0 \end{aligned}$$

Ainsi, une équation cartésienne de $\mathcal{D}$ est $7x + 3y = 0$.

Exercice 55 p. 287. Dans chaque cas, notons $\mathcal{D}$ la droite cherchée.

1. Un vecteur normal à $\mathcal{D}$ est $\vec{n}\,(-4\,;-5)$ donc

$$\begin{aligned} M\,(x\,;y) \in \mathcal{D} &\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = 0 \\ &\Leftrightarrow (x+6) \times (-4) + (y-8) \times (-5) = 0 \\ &\Leftrightarrow -4x - 24 - 5y + 40 = 0 \\ &\Leftrightarrow -4x - 5y + 16 = 0 \end{aligned}$$

Ainsi, une équation cartésienne de $\mathcal{D}$ est $-4x-5y+16 = 0$ (ou, si on préfère, $4x+5y-16 = 0$).

2. Si on note $\vec{n}\,(8\,;12)$,

$$\begin{aligned} M\,(x\,;y) \in \mathcal{D} &\Leftrightarrow \overrightarrow{BM} \cdot \vec{n} = 0 \\ &\Leftrightarrow (x-4) \times 8 + (y-7) \times 12 = 0 \\ &\Leftrightarrow 8x - 32 + 12y - 84 = 0 \\ &\Leftrightarrow 8x + 12y - 116 = 0 \\ &\Leftrightarrow 2x + 3y - 29 = 0 \end{aligned}$$

Ainsi, une équation cartésienne de $\mathcal{D}$ est $2x + 3y - 29 = 0$.

3. Comme $\overrightarrow{AB}\,(10\,;-1)$,

$$\begin{aligned} M\,(x\,;y) \in \mathcal{D} &\Leftrightarrow \overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \\ &\Leftrightarrow (x+12) \times 10 + (y+3) \times (-1) = 0 \\ &\Leftrightarrow 10x + 120 - y - 3 = 0 \\ &\Leftrightarrow 10x - y + 117 = 0 \end{aligned}$$

Ainsi, une équation cartésienne de $\mathcal{D}$ est $10x - y + 117 = 0$.