Devoir surveillé n°1

Durée : 1 heure

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

Exercice 1. (0 point) — Écrire lisiblement sur sa copie : SUJET A.

Exercice 2. (2 points) — Déterminer deux nombres réels a et b tels que $a + b = 4$ et $ab = 1$.

Exercice 3. (3 points) — Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^4 - 2x^2 - 3 = 0$.

Exercice 4. (4 points) — On considère un triangle ABC rectangle A. On sait que [AC] mesure 2 cm de plus de [AB] et que [BC] mesure 2 cm de plus de [AC].

Déterminer les longueurs AB, AC et BC exprimées en cm.

Exercice 5. (4 points) — Pour chacune des affirmations suivantes, déterminer la (ou les) bonne(s) réponse(s). On écrira sur sa copie le numéro de la question et, à côté, la (ou les) lettre(s) correspondant à la (ou les) affirmation(s) exacte(s). Aucune justification n'est demandée.

1. On considère la fonction $f : x \mapsto 3x - 9$ définie sur $\mathbb{R}$.

- **a.** La fonction f est dérivable en 2.
- **b.** $f'(0) = -9$.
- **c.** $f(4) = f'(4)$

2. On considère une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. On note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère. La tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 2 est la droite T d'équation réduite $y = -3x + 5$.

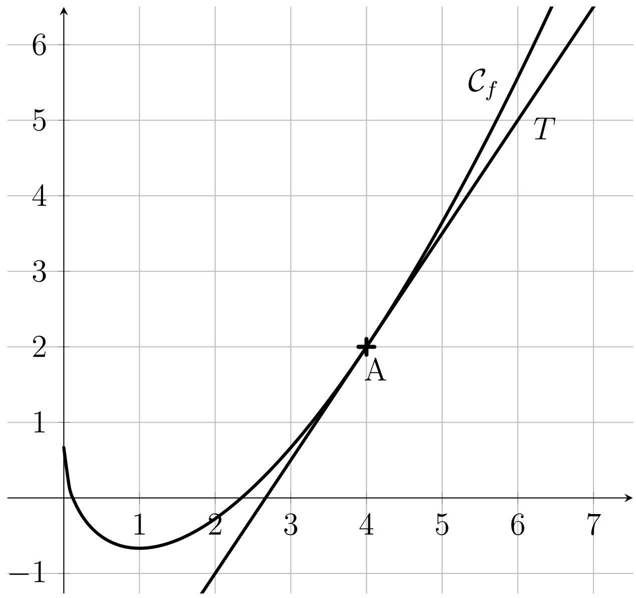
- **a.** La courbe $\mathcal{C}_f$ passe par le point de coordonnées $(-3\,;5)$.
- **b.** $f'(2) = -3$.
- **c.** $f'(-3) = 2$.

3. On note g la fonction racine carrée et $\mathcal{C}_g$ la courbe de g dans un repère. On note, de plus, T la tangente à $\mathcal{C}_g$ au point d'abscisse 4.

- **a.** La fonction g est dérivable en 0.
- **b.** Pour tout réel $a > 0$, $g'(a) > 0$.
- **c.** L'équation réduite de T est $y = \frac{1}{4}x + 1$.

d

4. Sur le graphique ci-dessous, on a tracé la courbe $\mathcal{C}_f$ d'une fonction f ainsi que sa tangente T au point A d'abscisse 4.



a. L'équation réduite de T est $y = -x + 2$.

b. $f'(4) = \frac{2}{3}$

c. $f'(4) = \frac{3}{2}$.

Exercice 6. (7 points) — On considère la fonction $f : x \mapsto x^3 - 2x^2 - 4x + 5$ définie sur $\mathbb{R}$. On note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de f dans un repère.

1. Soit $a \in \mathbb{R}$.

a. Soit h un réel non nul. Montrer que le taux de variation de f entre a et $a + h$ est

$$t(h) = 3a^2 - 4a - 4 + h^2 + 3ah - 2h.$$

b. En déduire que la fonction f est dérivable en a et déterminer $f'(a)$.

2. Déterminer l'équation réduite de la tangente T à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse -1.

3. Déterminer l'ensemble des réels a tels que la tangente T_a à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse a soit horizontale.

4. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$.