Modèle de Hardy-Weinberg
Corrigés

Exercice 1. Par propriété, on a

$$f(B) = f(BB) + \frac{1}{2}f(Bb) = 0{,}35 + \frac{1}{2} \times 0{,}5 = 0{,}6$$

et

$$f(b) = f(bb) + \frac{1}{2}f(Bb) = 0{,}15 + \frac{1}{2}0{,}5 = 0{,}4.$$

Remarque. On vérifie qu'on a bien $f(B) + f(b) = 1$.

Exercice 2.

1. D'après l'énoncé, $f(aa) = \frac{1}{2500}$. Comme on suppose que la population est à l'équilibre de Hardy-Weinberg, $f(aa) = f(a)^2$ donc $f(a) = \sqrt{f(aa)} = \sqrt{\frac{1}{2500}} = \frac{1}{50}$.
2. On en déduit que $f(A) = 1 - f(a) = 1 - \frac{1}{50} = \frac{49}{50}$ donc, comme la population est à l'équilibre de Hardy-Weinberg, $f(Aa) = 2f(a)f(A) = 2 \times \frac{1}{50} \times \frac{49}{50} = \frac{49}{1250}$. Ainsi, la proportion de personnes qui portent un allèle a sans être atteintes par la maladie est $\frac{49}{1250}$.

Exercice 3.

1. Comme la population est à l'équilibre de Hardy-Weinberg, $f(aa) = f(a)^2 = \left(\frac{1}{100}\right)^2 = \frac{1}{10000}$. Ainsi, la phénylcétonurie touche 1 personne sur 10000.
2. On a $f(A) = 1 - f(a) = 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100}$ donc, Comme la population est à l'équilibre de Hardy-Weinberg, $f(Aa) = 2f(A)f(a) = 2 \times \frac{99}{100} \times \frac{1}{100} = \frac{99}{5000}$. Ainsi, la proportion de porteurs de l'allèle défectueux mais non atteints par la maladie est $\frac{99}{5000}$.

Exercice 4.

1. On a $f(A) = 1 - f(a) = 1 - \frac{0{,}005}{100} = 0{,}99995$.
2. Comme on suppose que la population est à l'équilibre de Hardy-Weinberg pour ce gène, $f(Aa) = 2f(A)f(a) = 2 \times 0{,}99995 \times 0{,}00005 = 0{,}000099995$. Ainsi, la fréquence de porteurs sains du caractère d'albinisme est $0{,}000099995 = 0{,}0099995\%$.

Exercice 5.

1. La taille de la population est $406 + 744 + 332 = 1482$.
2. On a donc $f(MM) = \frac{406}{1482} = \frac{203}{741}$, $f(MN) = \frac{744}{1482} = \frac{124}{247}$ et $f(NN) = \frac{332}{1482} = \frac{166}{741}$.
   On en déduit que $f(M) = f(MM) + \frac{1}{2}f(MN) = \frac{203}{741} + \frac{1}{2} \times \frac{124}{247} = \frac{389}{741}$ et, par suite, $f(N) = 1 - f(M) = \frac{352}{741}$.
3. En supposant que le population est à l'équilibre de Hardy-Weinberg, on a

- $f(MM) = f(M)^2 = \left(\frac{389}{741}\right)^2 = \frac{151321}{549081} \approx 0{,}276$,
- $f(MN) = 2f(M)f(N) = 2 \times \frac{389}{741} \times \frac{352}{741} = \frac{273856}{549081} \approx 0{,}499$,
- $f(NN) = f(N)^2 = \left(\frac{352}{741}\right)^2 = \frac{123904}{549081} \approx 0{,}226$.

4. Les fréquences observées sont $f(MM) = \frac{203}{741} \approx 0{,}274$, $f(MN) = \frac{124}{247} \approx 0{,}502$ et $f(NN) = \frac{166}{741} \approx 0{,}224$.
Ainsi, les valeurs observées sont très proches des valeurs théoriques calculées à la question précédente donc on peut valider l'hypothèse d'une population à l'équilibre de Hardy-Weinberg.

Exercice 6. Commençons par la population de moutons Kivircik.

La taille de la population est $245 + 79 + 12 = 336$. On a donc $f(MM) = \frac{245}{336} = \frac{35}{48}$, $f(MN) = \frac{79}{336}$ et $f(NN) = \frac{12}{336} = \frac{1}{28}$.

On en déduit que $f(M) = f(MM) + \frac{1}{2}f(MN) = \frac{35}{48} + \frac{1}{2} \times \frac{79}{336} = \frac{569}{672}$ et, par suite, $f(N) = 1 - f(M) = \frac{103}{672}$.

En supposant que la population est à l'équilibre d'Hardy-Weinberg, on a

- $f(MM) = f(M)^2 = \left(\frac{569}{672}\right)^2 = \frac{323761}{451584} \approx 0{,}717$,
- $f(MN) = 2f(M)f(N) = 2 \times \frac{569}{672} \times \frac{103}{672} = \frac{58607}{225792} \approx 0{,}260$,
- $f(NN) = f(N)^2 = \left(\frac{103}{672}\right)^2 = \frac{10609}{451584} \approx 0{,}023$.

Les fréquences observées sont $f(MM) = \frac{35}{48} \approx 0{,}729$, $f(MN) = \frac{79}{336} \approx 0{,}235$ et $f(NN) = \frac{1}{28} \approx 0{,}036$.

Ainsi, les valeurs observées sont relativement proches des valeurs théoriques calculées précédemment donc on peut valider l'hypothèse d'une population à l'équilibre de Hardy-Weinberg.

Continuons avec la population de moutons Karacabey Merino.

La taille de la population est $166 + 65 + 17 = 248$. On a donc $f(MM) = \frac{166}{248} = \frac{83}{124}$, $f(MN) = \frac{65}{248}$ et $f(NN) = \frac{17}{248}$.

On en déduit que $f(M) = f(MM) + \frac{1}{2}f(MN) = \frac{83}{124} + \frac{1}{2} \times \frac{65}{248} = \frac{397}{496}$ et, par suite, $f(N) = 1 - f(M) = \frac{99}{496}$.

En supposant que la population est à l'équilibre d'Hardy-Weinberg, on a

- $f(MM) = f(M)^2 = \left(\frac{397}{496}\right)^2 = \frac{157609}{246016} \approx 0{,}641$,
- $f(MN) = 2f(M)f(N) = 2 \times \frac{397}{496} \times \frac{99}{496} = \frac{39303}{123008} \approx 0{,}320$,
- $f(NN) = f(N)^2 = \left(\frac{99}{496}\right)^2 = \frac{9801}{246016} \approx 0{,}040$.

Les fréquences observées sont $f(MM) = \frac{83}{124} \approx 0{,}670$, $f(MN) = \frac{65}{248} \approx 0{,}262$ et $f(NN) = \frac{17}{248} \approx 0{,}069$.

On voit qu'ici les valeurs sont beaucoup plus éloignées (surtout pour les génotypes MN et NN donc on ne peut pas valider l'hypothèse d'une population à l'équilibre de Hardy-Weinberg. L'écart constaté s'explique probablement par les sélections opérer afin d'obtenir des animaux ayant un poids plus important.

Exercice 7. La force évolutive mise en évidence ici est la dérive génétique : la population de mouche ayant migré n'avait pas les mêmes fréquences génotypiques que la population initiale est cette différence a engendré une dérivé vers un autre équilibre que celui de la population initiale.

Exercice 8.

1. Les fréquences génotypiques dans la population adulte sont $f(AA) = \frac{3182}{4116} = \frac{1591}{2058}$, $f(AS) = \frac{838}{4116} = \frac{419}{2058}$ et $f(SS) = \frac{96}{4116} = \frac{8}{343}$.
2. La fréquence de l'allèle S dans la population adulte est $f(S) = f(SS) + \frac{1}{2}f(AS) = \frac{8}{343} + \frac{1}{2} \times \frac{419}{2058} = \frac{515}{4116}$.
3. On déduit de la question précédente que $f(A) = 1 - f(S) = \frac{3601}{4116}$. En supposant que la population est à l'équilibre de Hardy-Weinberg, la fréquence de chaque génotype à la génération suivante est $f(AA) = f(A)^2 = \left(\frac{3601}{4116}\right)^2 = \frac{12967201}{16941456}$, $f(AS) = 2f(A)f(S) = 2 \times \frac{3601}{4116} \times \frac{515}{4116} = \frac{1854515}{8470728}$ et $f(SS) = f(S)^2 = \left(\frac{515}{4116}\right)^2 = \frac{265225}{16941456}$.
   On en déduit que le nombre théorique d'enfants de chaque génotype dans une population de 350000 nouveaux-nés est :
   - pour le génotype AA, $\frac{12967201}{16941456} \times 350000 \approx 267900$;
   - pour le génotype AS, $\frac{1854515}{8470728} \times 350000 \approx 76600$;
   - pour le génotype SS, $\frac{265225}{16941456} \times 350000 \approx 5500$;
4. On constate des différences importantes entre les génotypes théoriques et ceux observés. On en déduit que l'hypothèse d'une population à l'équilibre de Hardy-Weinberg n'est pas correcte.
5. Comme les individus ayant un génotype AS ont une résistance plus importante au paludisme, la sélection naturelle explique l'écart entre la réalité et le modèle de Hardy-Weinberg. En effet, les individus ayant ce génotype vont davantage survivre au paludisme que les autres et donc l'allèle S va se retrouver plus représentée dans la population que ce qu'elle le serait à l'équilibre de Hardy-Weinberg. En effet, dans la population adulte, la fréquence de l'allèle S est $f_a(S) = \frac{545}{4116} \approx 0{,}12512$ alors que, dans la population de nouveaux-nés, elle est égale à $f_{nn}(S) = \frac{8050}{350000} + \frac{1}{2} \times \frac{71400}{350000} = \frac{1}{8} = 0{,}125$. On a donc $f_{nn}(S) < f_a(S)$ ce qui confirme que l'allèle S est plus fréquente dans la population adulte que dans la population de nouveaux-nés et ainsi la résistance au paludisme modifie bien la répartition allélique pour la génération adulte.