

Nous avons vu, dans le chapitre 7, une méthode pour étudier l'alignement de trois points en étudiant la colinéarité de deux vecteurs.

Une autre méthode consiste à utiliser le fait que trois points distincts A , B et C sont alignés si et seulement si le point C appartient à la droite (AB) .

Propriété 29. — Parallélisme avec des équations cartésiennes

Soit (d) et (d') deux droites d'équations cartésiennes respectives $(d) : ax + by + c = 0$ et $(d') : a'x + b'y + c' = 0$.

Alors, (d) et (d') sont parallèles si et seulement si $ab' - a'b = 0$.

Propriété 31. — Parallélismes avec des équations réduites

Soit (d) et (d') deux droites du plan.

1. Si (d) et (d') n'ont pas le même type d'équation réduite alors elles ne sont pas parallèles.
2. Si (d) et (d') ont toutes les deux une équation réduite du type $x = k$ alors (d) et (d') sont parallèles.
3. Si (d) et (d') ont toutes les deux une équation réduite du type $y = mx + p$ alors (d) et (d') sont parallèles si et seulement si elles ont la même pente.

Exercise 21 p. 229

Exercice 21 p. 229

1. Comme $3 \times 2 - (-2) \times 3 = 12 \neq 0$,

Exercice 21 p. 229

1. Comme $3 \times 2 - (-2) \times 3 = 12 \neq 0$, les droites ne sont pas parallèles.

Exercice 21 p. 229

1. Comme $3 \times 2 - (-2) \times 3 = 12 \neq 0$, les droites ne sont pas parallèles. Elles sont donc sécantes.

Exercice 21 p. 229

1. Comme $3 \times 2 - (-2) \times 3 = 12 \neq 0$, les droites ne sont pas parallèles. Elles sont donc sécantes.
2. Comme $\frac{7}{3} \times (-3) - (-1) \times 7 = -7 + 7 = 0$,

Exercice 21 p. 229

1. Comme $3 \times 2 - (-2) \times 3 = 12 \neq 0$, les droites ne sont pas parallèles. Elles sont donc sécantes.
2. Comme $\frac{7}{3} \times (-3) - (-1) \times 7 = -7 + 7 = 0$, les droites sont parallèles.

Exercice 21 p. 229

1. Comme $3 \times 2 - (-2) \times 3 = 12 \neq 0$, les droites ne sont pas parallèles. Elles sont donc sécantes.
2. Comme $\frac{7}{3} \times (-3) - (-1) \times 7 = -7 + 7 = 0$, les droites sont parallèles. De plus, $\frac{7}{3} \times 0 - 2 + 2 = 0$ donc le point $A(0; 2)$ appartient à d

Exercice 21 p. 229

1. Comme $3 \times 2 - (-2) \times 3 = 12 \neq 0$, les droites ne sont pas parallèles. Elles sont donc sécantes.
2. Comme $\frac{7}{3} \times (-3) - (-1) \times 7 = -7 + 7 = 0$, les droites sont parallèles. De plus, $\frac{7}{3} \times 0 - 2 + 2 = 0$ donc le point $A(0; 2)$ appartient à d mais $7 \times 0 - 3 \times 2 + 9 = 3 \neq 0$ donc A n'appartient pas à d' .

Exercice 21 p. 229

1. Comme $3 \times 2 - (-2) \times 3 = 12 \neq 0$, les droites ne sont pas parallèles. Elles sont donc sécantes.
2. Comme $\frac{7}{3} \times (-3) - (-1) \times 7 = -7 + 7 = 0$, les droites sont parallèles. De plus, $\frac{7}{3} \times 0 - 2 + 2 = 0$ donc le point $A(0; 2)$ appartient à d mais $7 \times 0 - 3 \times 2 + 9 = 3 \neq 0$ donc A n'appartient pas à d' . Ainsi, d et d' sont strictement parallèles.

Exercice 21 p. 229

1. Comme $3 \times 2 - (-2) \times 3 = 12 \neq 0$, les droites ne sont pas parallèles. Elles sont donc sécantes.
2. Comme $\frac{7}{3} \times (-3) - (-1) \times 7 = -7 + 7 = 0$, les droites sont parallèles. De plus, $\frac{7}{3} \times 0 - 2 + 2 = 0$ donc le point $A(0; 2)$ appartient à d mais $7 \times 0 - 3 \times 2 + 9 = 3 \neq 0$ donc A n'appartient pas à d' . Ainsi, d et d' sont strictement parallèles.
3. On peut remarquer que $-5(x + 7) = -5x - 35$

Exercice 21 p. 229

1. Comme $3 \times 2 - (-2) \times 3 = 12 \neq 0$, les droites ne sont pas parallèles. Elles sont donc sécantes.
2. Comme $\frac{7}{3} \times (-3) - (-1) \times 7 = -7 + 7 = 0$, les droites sont parallèles. De plus, $\frac{7}{3} \times 0 - 2 + 2 = 0$ donc le point $A(0; 2)$ appartient à d mais $7 \times 0 - 3 \times 2 + 9 = 3 \neq 0$ donc A n'appartient pas à d' . Ainsi, d et d' sont strictement parallèles.
3. On peut remarquer que $-5(x + 7) = -5x - 35$ donc les équations $x + 7 = 0$ et $-5x - 35 = 0$ sont équivalentes

Exercice 21 p. 229

1. Comme $3 \times 2 - (-2) \times 3 = 12 \neq 0$, les droites ne sont pas parallèles. Elles sont donc sécantes.
2. Comme $\frac{7}{3} \times (-3) - (-1) \times 7 = -7 + 7 = 0$, les droites sont parallèles. De plus, $\frac{7}{3} \times 0 - 2 + 2 = 0$ donc le point $A(0; 2)$ appartient à d mais $7 \times 0 - 3 \times 2 + 9 = 3 \neq 0$ donc A n'appartient pas à d' . Ainsi, d et d' sont strictement parallèles.
3. On peut remarquer que $-5(x + 7) = -5x - 35$ donc les équations $x + 7 = 0$ et $-5x - 35 = 0$ sont équivalentes et ainsi $d = d'$.

Exercise 50 p. 232

Exercice 50 p. 232

1. Comme d est parallèle à (AB) , le vecteur $\overrightarrow{AB}(-1; 1)$ est un vecteur directeur de d .

Exercice 50 p. 232

1. Comme d est parallèle à (AB) , le vecteur $\overrightarrow{AB}(-1;1)$ est un vecteur directeur de d . Ainsi,

$$M(x;y) \in d$$

Exercice 50 p. 232

1. Comme d est parallèle à (AB) , le vecteur $\overrightarrow{AB}(-1; 1)$ est un vecteur directeur de d . Ainsi,

$$M(x; y) \in d \Leftrightarrow \det(\overrightarrow{CM}, \overrightarrow{AB}) = 0$$

Exercice 50 p. 232

1. Comme d est parallèle à (AB) , le vecteur $\overrightarrow{AB}(-1; 1)$ est un vecteur directeur de d . Ainsi,

$$\begin{aligned}M(x; y) \in d &\Leftrightarrow \det(\overrightarrow{CM}, \overrightarrow{AB}) = 0 \\&\Leftrightarrow (x - 3) \times 1 - (y - (-2)) \times (-1) = 0\end{aligned}$$

Exercice 50 p. 232

1. Comme d est parallèle à (AB) , le vecteur $\overrightarrow{AB}(-1; 1)$ est un vecteur directeur de d . Ainsi,

$$\begin{aligned}M(x; y) \in d &\Leftrightarrow \det(\overrightarrow{CM}, \overrightarrow{AB}) = 0 \\&\Leftrightarrow (x - 3) \times 1 - (y - (-2)) \times (-1) = 0 \\&\Leftrightarrow x - 3 + y + 2 = 0\end{aligned}$$

Exercice 50 p. 232

1. Comme d est parallèle à (AB) , le vecteur $\overrightarrow{AB}(-1; 1)$ est un vecteur directeur de d . Ainsi,

$$\begin{aligned}M(x; y) \in d &\Leftrightarrow \det(\overrightarrow{CM}, \overrightarrow{AB}) = 0 \\&\Leftrightarrow (x - 3) \times 1 - (y - (-2)) \times (-1) = 0 \\&\Leftrightarrow x - 3 + y + 2 = 0\end{aligned}$$

donc une équation cartésienne de d est $x + y - 1 = 0$.

Exercice 50 p. 232

1. Comme d est parallèle à (AB) , le vecteur $\overrightarrow{AB}(-1; 1)$ est un vecteur directeur de d . Ainsi,

$$\begin{aligned}M(x; y) \in d &\Leftrightarrow \det(\overrightarrow{CM}, \overrightarrow{AB}) = 0 \\&\Leftrightarrow (x - 3) \times 1 - (y - (-2)) \times (-1) = 0 \\&\Leftrightarrow x - 3 + y + 2 = 0\end{aligned}$$

donc une équation cartésienne de d est $x + y - 1 = 0$.

2. Comme d est parallèle à (AB) , le vecteur $\overrightarrow{AB}(1; 4)$ est un vecteur directeur de d .

Exercice 50 p. 232

1. Comme d est parallèle à (AB) , le vecteur $\overrightarrow{AB}(-1; 1)$ est un vecteur directeur de d . Ainsi,

$$\begin{aligned}M(x; y) \in d &\Leftrightarrow \det(\overrightarrow{CM}, \overrightarrow{AB}) = 0 \\&\Leftrightarrow (x - 3) \times 1 - (y - (-2)) \times (-1) = 0 \\&\Leftrightarrow x - 3 + y + 2 = 0\end{aligned}$$

donc une équation cartésienne de d est $x + y - 1 = 0$.

2. Comme d est parallèle à (AB) , le vecteur $\overrightarrow{AB}(1; 4)$ est un vecteur directeur de d . Ainsi,

$$M(x; y) \in d$$

Exercice 50 p. 232

1. Comme d est parallèle à (AB) , le vecteur $\overrightarrow{AB}(-1; 1)$ est un vecteur directeur de d . Ainsi,

$$\begin{aligned}M(x; y) \in d &\Leftrightarrow \det(\overrightarrow{CM}, \overrightarrow{AB}) = 0 \\&\Leftrightarrow (x - 3) \times 1 - (y - (-2)) \times (-1) = 0 \\&\Leftrightarrow x - 3 + y + 2 = 0\end{aligned}$$

donc une équation cartésienne de d est $x + y - 1 = 0$.

2. Comme d est parallèle à (AB) , le vecteur $\overrightarrow{AB}(1; 4)$ est un vecteur directeur de d . Ainsi,

$$M(x; y) \in d \Leftrightarrow \det(\overrightarrow{CM}, \overrightarrow{AB}) = 0$$

Exercice 50 p. 232

1. Comme d est parallèle à (AB) , le vecteur $\overrightarrow{AB}(-1; 1)$ est un vecteur directeur de d . Ainsi,

$$\begin{aligned}M(x; y) \in d &\Leftrightarrow \det(\overrightarrow{CM}, \overrightarrow{AB}) = 0 \\&\Leftrightarrow (x - 3) \times 1 - (y - (-2)) \times (-1) = 0 \\&\Leftrightarrow x - 3 + y + 2 = 0\end{aligned}$$

donc une équation cartésienne de d est $x + y - 1 = 0$.

2. Comme d est parallèle à (AB) , le vecteur $\overrightarrow{AB}(1; 4)$ est un vecteur directeur de d . Ainsi,

$$\begin{aligned}M(x; y) \in d &\Leftrightarrow \det(\overrightarrow{CM}, \overrightarrow{AB}) = 0 \\&\Leftrightarrow (x - 1) \times 4 - (y - 1) \times 1 = 0\end{aligned}$$

Exercice 50 p. 232

1. Comme d est parallèle à (AB) , le vecteur $\overrightarrow{AB}(-1; 1)$ est un vecteur directeur de d . Ainsi,

$$\begin{aligned}M(x; y) \in d &\Leftrightarrow \det(\overrightarrow{CM}, \overrightarrow{AB}) = 0 \\&\Leftrightarrow (x - 3) \times 1 - (y - (-2)) \times (-1) = 0 \\&\Leftrightarrow x - 3 + y + 2 = 0\end{aligned}$$

donc une équation cartésienne de d est $x + y - 1 = 0$.

2. Comme d est parallèle à (AB) , le vecteur $\overrightarrow{AB}(1; 4)$ est un vecteur directeur de d . Ainsi,

$$\begin{aligned}M(x; y) \in d &\Leftrightarrow \det(\overrightarrow{CM}, \overrightarrow{AB}) = 0 \\&\Leftrightarrow (x - 1) \times 4 - (y - 1) \times 1 = 0 \\&\Leftrightarrow 4x - 4 - y + 1 = 0\end{aligned}$$

Exercice 50 p. 232

1. Comme d est parallèle à (AB) , le vecteur $\overrightarrow{AB}(-1; 1)$ est un vecteur directeur de d . Ainsi,

$$\begin{aligned}M(x; y) \in d &\Leftrightarrow \det(\overrightarrow{CM}, \overrightarrow{AB}) = 0 \\&\Leftrightarrow (x - 3) \times 1 - (y - (-2)) \times (-1) = 0 \\&\Leftrightarrow x - 3 + y + 2 = 0\end{aligned}$$

donc une équation cartésienne de d est $x + y - 1 = 0$.

2. Comme d est parallèle à (AB) , le vecteur $\overrightarrow{AB}(1; 4)$ est un vecteur directeur de d . Ainsi,

$$\begin{aligned}M(x; y) \in d &\Leftrightarrow \det(\overrightarrow{CM}, \overrightarrow{AB}) = 0 \\&\Leftrightarrow (x - 1) \times 4 - (y - 1) \times 1 = 0 \\&\Leftrightarrow 4x - 4 - y + 1 = 0\end{aligned}$$

donc une équation cartésienne de d est $4x - y - 3 = 0$.

Exercise 65 p. 234.

Exercice 65 p. 234.

1. Comme d' est parallèle à d ,

Exercice 65 p. 234.

1. Comme d' est parallèle à d , d' a une équation cartésienne de la forme $2x + y + c = 0$.

Exercice 65 p. 234.

1. Comme d' est parallèle à d , d' a une équation cartésienne de la forme $2x + y + c = 0$. De plus, d' passe par A

Exercice 65 p. 234.

1. Comme d' est parallèle à d , d' a une équation cartésienne de la forme $2x + y + c = 0$. De plus, d' passe par A donc
$$2 \times (-1) + 5 + c = 0$$

Exercice 65 p. 234.

1. Comme d' est parallèle à d , d' a une équation cartésienne de la forme $2x + y + c = 0$. De plus, d' passe par A donc $2 \times (-1) + 5 + c = 0$ c'est-à-dire $3 + c = 0$

Exercice 65 p. 234.

1. Comme d' est parallèle à d , d' a une équation cartésienne de la forme $2x + y + c = 0$. De plus, d' passe par A donc $2 \times (-1) + 5 + c = 0$ c'est-à-dire $3 + c = 0$ donc $c = -3$.

Exercice 65 p. 234.

1. Comme d' est parallèle à d , d' a une équation cartésienne de la forme $2x + y + c = 0$. De plus, d' passe par A donc $2 \times (-1) + 5 + c = 0$ c'est-à-dire $3 + c = 0$ donc $c = -3$. Ainsi, $d' : 2x + y - 3 = 0$.

Exercice 65 p. 234.

1. Comme d' est parallèle à d , d' a une équation cartésienne de la forme $2x + y + c = 0$. De plus, d' passe par A donc $2 \times (-1) + 5 + c = 0$ c'est-à-dire $3 + c = 0$ donc $c = -3$. Ainsi, $d' : 2x + y - 3 = 0$.
2. Comme d' est parallèle à d ,

Exercice 65 p. 234.

1. Comme d' est parallèle à d , d' a une équation cartésienne de la forme $2x + y + c = 0$. De plus, d' passe par A donc $2 \times (-1) + 5 + c = 0$ c'est-à-dire $3 + c = 0$ donc $c = -3$. Ainsi, $d' : 2x + y - 3 = 0$.
2. Comme d' est parallèle à d , d' a une équation cartésienne de la forme $x + y + c = 0$.

Exercice 65 p. 234.

1. Comme d' est parallèle à d , d' a une équation cartésienne de la forme $2x + y + c = 0$. De plus, d' passe par A donc $2 \times (-1) + 5 + c = 0$ c'est-à-dire $3 + c = 0$ donc $c = -3$. Ainsi, $d' : 2x + y - 3 = 0$.
2. Comme d' est parallèle à d , d' a une équation cartésienne de la forme $x + y + c = 0$. De plus, d' passe par A

Exercice 65 p. 234.

1. Comme d' est parallèle à d , d' a une équation cartésienne de la forme $2x + y + c = 0$. De plus, d' passe par A donc $2 \times (-1) + 5 + c = 0$ c'est-à-dire $3 + c = 0$ donc $c = -3$. Ainsi, $d' : 2x + y - 3 = 0$.
2. Comme d' est parallèle à d , d' a une équation cartésienne de la forme $x + y + c = 0$. De plus, d' passe par A donc $7 + 1 + c = 0$

Exercice 65 p. 234.

1. Comme d' est parallèle à d , d' a une équation cartésienne de la forme $2x + y + c = 0$. De plus, d' passe par A donc $2 \times (-1) + 5 + c = 0$ c'est-à-dire $3 + c = 0$ donc $c = -3$. Ainsi, $d' : 2x + y - 3 = 0$.
2. Comme d' est parallèle à d , d' a une équation cartésienne de la forme $x + y + c = 0$. De plus, d' passe par A donc $7 + 1 + c = 0$ c'est-à-dire $8 + c = 0$

Exercice 65 p. 234.

1. Comme d' est parallèle à d , d' a une équation cartésienne de la forme $2x + y + c = 0$. De plus, d' passe par A donc $2 \times (-1) + 5 + c = 0$ c'est-à-dire $3 + c = 0$ donc $c = -3$. Ainsi, $d' : 2x + y - 3 = 0$.
2. Comme d' est parallèle à d , d' a une équation cartésienne de la forme $x + y + c = 0$. De plus, d' passe par A donc $7 + 1 + c = 0$ c'est-à-dire $8 + c = 0$ donc $c = -8$.

Exercice 65 p. 234.

1. Comme d' est parallèle à d , d' a une équation cartésienne de la forme $2x + y + c = 0$. De plus, d' passe par A donc $2 \times (-1) + 5 + c = 0$ c'est-à-dire $3 + c = 0$ donc $c = -3$. Ainsi, $d' : 2x + y - 3 = 0$.
2. Comme d' est parallèle à d , d' a une équation cartésienne de la forme $x + y + c = 0$. De plus, d' passe par A donc $7 + 1 + c = 0$ c'est-à-dire $8 + c = 0$ donc $c = -8$. Ainsi, $d' : x + y - 8 = 0$.

Exercise 67 p. 234.

Exercice 67 p. 234. On a $\overrightarrow{AB} (80; 400)$ donc

Exercice 67 p. 234. On a $\overrightarrow{AB} (80; 400)$ donc

$$M(x; y) \in (AB)$$

Exercice 67 p. 234. On a $\overrightarrow{AB} (80; 400)$ donc

$$M(x; y) \in (AB) \Leftrightarrow \det(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}) = 0$$

Exercice 67 p. 234. On a $\overrightarrow{AB} (80; 400)$ donc

$$\begin{aligned} M(x; y) \in (AB) &\Leftrightarrow \det(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}) = 0 \\ &\Leftrightarrow (x - 100) \times 400 - (y - 1500) \times 80 = 0 \end{aligned}$$

Exercice 67 p. 234. On a $\overrightarrow{AB} (80; 400)$ donc

$$\begin{aligned} M(x; y) \in (AB) &\Leftrightarrow \det(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}) = 0 \\ &\Leftrightarrow (x - 100) \times 400 - (y - 1500) \times 80 = 0 \\ &\Leftrightarrow 400x - 40000 - 80y + 120000 = 0 \end{aligned}$$

Exercice 67 p. 234. On a $\overrightarrow{AB} (80; 400)$ donc

$$\begin{aligned} M(x; y) \in (AB) &\Leftrightarrow \det(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}) = 0 \\ &\Leftrightarrow (x - 100) \times 400 - (y - 1500) \times 80 = 0 \\ &\Leftrightarrow 400x - 40000 - 80y + 120000 = 0 \end{aligned}$$

donc une équation cartésienne de d est $400x - 80y + 80000 = 0$

Exercice 67 p. 234. On a $\overrightarrow{AB} (80; 400)$ donc

$$\begin{aligned} M(x; y) \in (AB) &\Leftrightarrow \det(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}) = 0 \\ &\Leftrightarrow (x - 100) \times 400 - (y - 1500) \times 80 = 0 \\ &\Leftrightarrow 400x - 40000 - 80y + 120000 = 0 \end{aligned}$$

donc une équation cartésienne de d est $400x - 80y + 80000 = 0$
ou si on préfère $5x - y + 1000 = 0$.

Exercice 67 p. 234. On a $\overrightarrow{AB} (80; 400)$ donc

$$\begin{aligned} M(x; y) \in (AB) &\Leftrightarrow \det(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}) = 0 \\ &\Leftrightarrow (x - 100) \times 400 - (y - 1500) \times 80 = 0 \\ &\Leftrightarrow 400x - 40000 - 80y + 120000 = 0 \end{aligned}$$

donc une équation cartésienne de d est $400x - 80y + 80000 = 0$
ou si on préfère $5x - y + 1000 = 0$.

Or, $5x_C - y_C + 1000 = 5 \times 198 - 1990 + 1000 = 0$

Exercice 67 p. 234. On a $\overrightarrow{AB} (80; 400)$ donc

$$\begin{aligned} M(x; y) \in (AB) &\Leftrightarrow \det(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}) = 0 \\ &\Leftrightarrow (x - 100) \times 400 - (y - 1500) \times 80 = 0 \\ &\Leftrightarrow 400x - 40000 - 80y + 120000 = 0 \end{aligned}$$

donc une équation cartésienne de d est $400x - 80y + 80000 = 0$
ou si on préfère $5x - y + 1000 = 0$.

Or, $5x_C - y_C + 1000 = 5 \times 198 - 1990 + 1000 = 0$ donc C
appartient à (AB)

Exercice 67 p. 234. On a $\overrightarrow{AB} (80; 400)$ donc

$$\begin{aligned} M(x; y) \in (AB) &\Leftrightarrow \det(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}) = 0 \\ &\Leftrightarrow (x - 100) \times 400 - (y - 1500) \times 80 = 0 \\ &\Leftrightarrow 400x - 40000 - 80y + 120000 = 0 \end{aligned}$$

donc une équation cartésienne de d est $400x - 80y + 80000 = 0$
ou si on préfère $5x - y + 1000 = 0$.

Or, $5x_C - y_C + 1000 = 5 \times 198 - 1990 + 1000 = 0$ donc C appartient à (AB) et ainsi A, B et C sont alignés.

Exercise 77 p. 235.

Exercice 77 p. 235. Comme $\frac{22}{7} \approx 3,1429$

Exercice 77 p. 235. Comme $\frac{22}{7} \approx 3,1429$ et $\pi \approx 3,1416$,

Exercice 77 p. 235. Comme $\frac{22}{7} \approx 3,1429$ et $\pi \approx 3,1416$, $\frac{22}{7} \neq \pi$
et donc les droites ne sont pas parallèles :

Exercice 77 p. 235. Comme $\frac{22}{7} \approx 3,1429$ et $\pi \approx 3,1416$, $\frac{22}{7} \neq \pi$ et donc les droites ne sont pas parallèles : elles sont donc sécantes.