Exercices de géométrie repérée – Corrigés

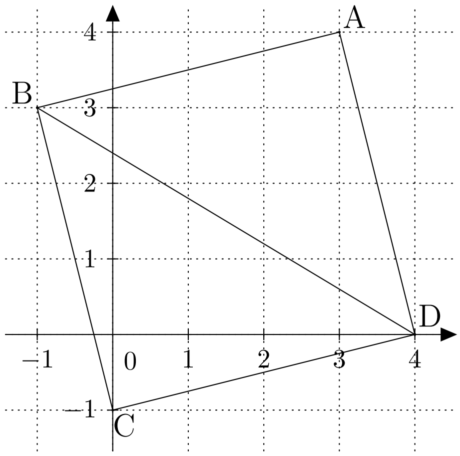
Exercice 1

1. Graphiquement, $\vec{u}\,(-7\,;-2)$, $\vec{v}\,(2\,;3)$, $\vec{w}\,(0\,;-3)$ et $\vec{t}\,(2\,;0)$.
2. On a les égalités suivantes :

$$\overrightarrow{\mathrm{AB}} = 3\vec{i} + 1\vec{j} \qquad \overrightarrow{\mathrm{BC}} = 1\vec{i} + (-3)\vec{j} \qquad \overrightarrow{\mathrm{CA}} = (-4)\vec{i} + 2\vec{j}$$

Exercice 2

1.



2. **a.** On a $\overrightarrow{\mathrm{AD}}\,(4-3\,;0-4)$ soit $\boxed{\overrightarrow{\mathrm{AD}}\,(1\,;-4)}$ et $\overrightarrow{\mathrm{BC}}\,(0-(-1)\,;-1-3)$ soit $\boxed{\overrightarrow{\mathrm{BC}}\,(1\,;-4)}$.

   b. Comme $\overrightarrow{\mathrm{AD}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ ont mêmes coordonnées, ces deux vecteurs sont égaux et donc <u>ABCD est un parallélogramme</u>.

3. **a.** Par théorème,
   $\mathrm{AD} = \sqrt{(4-3)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{1+16}$ soit $\boxed{\mathrm{AD} = \sqrt{17}}$
   $\mathrm{DC} = \sqrt{(0-4)^2 + (-1-0)^2} = \sqrt{16+1}$ soit $\boxed{\mathrm{DC} = \sqrt{17}}$.
   On constate que AD = DC donc le parallélogramme ABCD a deux côtés consécutifs égaux : $\boxed{\text{c'est donc un losange}}$.

   b. Pour montrer que le losange ABCD est un carré, il suffit de montrer qu'il possède un angle droit. Pour cela, calculons la longueur AC : $\mathrm{AC} = \sqrt{(0-3)^2 + (-1-4)^2} = \sqrt{9+25} = \sqrt{34}$. On constate ainsi que $\mathrm{AC}^2 = 34 = 17 + 17 = \mathrm{AD}^2 + \mathrm{DC}^2$ donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ADC est rectangle en D. Ainsi, l'angle $\widehat{\mathrm{ADC}}$ est droit et $\boxed{\text{ABCD est un carré}}$.

4. Le quadrilatère ABDE est un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{\mathrm{BA}} = \overrightarrow{\mathrm{DE}}$. Or, $\overrightarrow{\mathrm{BA}}\,(3-(-1)\,;4-3)$ c'est-à-dire $\overrightarrow{\mathrm{BA}}\,(4\,;1)$ et $\overrightarrow{\mathrm{DE}}\,(x_\mathrm{E}-4\,;y_\mathrm{E}-0)$ c'est-à-dire $\overrightarrow{\mathrm{DE}}\,(x_\mathrm{E}-4\,;y_\mathrm{E})$ donc $\overrightarrow{\mathrm{BA}} = \overrightarrow{\mathrm{DE}}$ si et seulement si $x_\mathrm{E} - 4 = 4$ et $y_\mathrm{E} = 1$. On conclut donc que $\boxed{\mathrm{E}\,(8\,;1)}$.

Exercice 3. — On considère les points A(−3 ; −1), B(3 ; 2), C(1 ; 0), D(6 ; 3,5) et E(5 ; 2,5).

1. **a.** On a $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\,(3-(-3)\,;2-(-1))$ c'est-à-dire $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\,(6\,;3)$ et $\overrightarrow{\mathrm{AD}}\,(6-(-3)\,;3{,}5-(-1))$ c'est-à-dire $\overrightarrow{\mathrm{AD}}\,(9\,;4{,}5)$. Ainsi, $\det(\overrightarrow{\mathrm{AB}}\,,\overrightarrow{\mathrm{AD}}\,) = 6 \times 4{,}5 - 3 \times 9 = 27 - 27 = 0$ donc <u>les points A, B et D sont alignés</u>.

b. On a $\overrightarrow{CD}\ (6-1\,;3{,}5-0)$ c'est-à-dire $\overrightarrow{CD}\ (5\,;3{,}5)$ et $\overrightarrow{CE}\ (5-1\,;2{,}5-0)$ c'est-à-dire $\overrightarrow{CE}\ (4\,;2{,}5)$. Ainsi, $\det(\overrightarrow{CD}\,,\overrightarrow{CE}\,)=5\times 2{,}5-3{,}5\times 4=-1{,}5\neq 0$ donc les points A, B et D ne sont pas alignés.

2. a. On a $\overrightarrow{BC}\ (1-3\,;0-2)$ c'est-à-dire $\overrightarrow{BC}\ (-2\,;-2)$ et $\overrightarrow{DE}\ (5-6\,;2{,}5-3{,}5)$ c'est-à-dire $\overrightarrow{DE}\ (-1\,;-1)$. Ainsi, $\overrightarrow{BC}\ =2\overrightarrow{DE}$ donc $\boxed{\text{les droites (BC) et (DE) sont parallèles}}$.

b. On a $\overrightarrow{AC}\ (1-(-3)\,;0-(-1))$ c'est-à-dire $\overrightarrow{AC}\ (4\,;1)$ et $\overrightarrow{BE}\ (5-3\,;2{,}5-2)$ c'est-à-dire $\overrightarrow{BE}\ (2\,;0{,}5)$. Ainsi, $\det(\overrightarrow{AC}\,,\overrightarrow{BE}\,)=4\times 0{,}5-1\times 2=2-2=0$ donc $\boxed{\text{les droites (AC) et (BE) sont parallèles}}$.