Correction de l'interrogation écrite n°2 — Sujet A

Exercice 1.

$(E_1) \Leftrightarrow x = \frac{0}{5} \Leftrightarrow x = 0$ donc l'ensemble des solution de (E_1) est $\{0\}$.

$(E_2) \Leftrightarrow 3x + 5 = 0$ ou $2x + 7 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{5}{3}$ ou $x = -\frac{7}{2}$ donc l'ensemble des solutions de (E_2) est $\left\{-\frac{5}{3}\,-\frac{7}{2}\right\}$

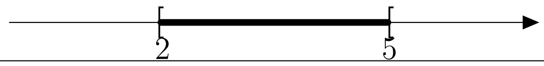
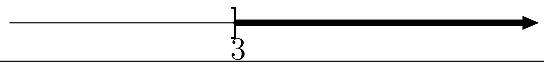
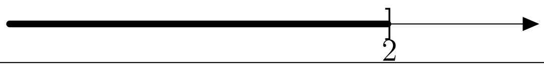
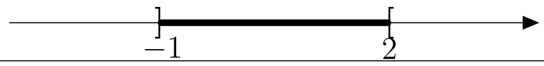
$$\begin{aligned}(E_3) &\Leftrightarrow 3x(x-3) - (x+2)(x-3) = 0 \Leftrightarrow (x-3)[3x - (x+2)] = 0\\ &\Leftrightarrow (x-3)(3x - x - 2) = 0 \Leftrightarrow (x-3)(2x-2) = 0\\ &\Leftrightarrow x - 3 = 0 \text{ ou } 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 3 \text{ ou } x = 1\end{aligned}$$

Ainsi, l'ensemble des solutions de (E_3) est $\{3\,;1\}$.

$$\begin{aligned}(E_4) &\Leftrightarrow (3x-1)^2 - (-2x+3)^2 = 0 \Leftrightarrow [(3x-1) - (-2x+3)][(3x-1) + (-2x+3)] = 0\\ &\Leftrightarrow (3x - 1 + 2x - 3)(3x - 1 - 2x + 3) = 0 \Leftrightarrow (5x-4)(x+2) = 0\\ &\Leftrightarrow 5x - 4 = 0 \text{ ou } x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4}{5} \text{ ou } x = -2\end{aligned}$$

Ainsi, l'ensemble des solutions de (E_4) est $\left\{\frac{4}{5}\,; -2\right\}$.

Exercice 2.

L'intervalle noté :	est l'ensemble des réels x tels que :	et on peut le représenter sur la droite réelle par :
$[2\,;5[$	$2 \leqslant x < 5$	
$]3\,;+\infty[$	$x > 3$	
$]-\infty\,;2]$	$x \leqslant 2$	
$]-1\,;2[$	$-1 < x < 2$	

Exercice 3.

a) $1 \in [-1\,;3] \cup]6\,;7]$ *b)* $5 \notin [-1\,;3] \cup]6\,;7]$ *c)* $3 \in [-1\,;3] \cup]6\,;7]$ *d)* $6 \notin [-1\,;3] \cup]6\,;7]$
e) $1 \notin [-1\,;3] \cap]2\,;7]$ *f)* $5 \notin [-1\,;3] \cap]2\,;7]$ *g)* $3 \in [-1\,;3] \cap]2\,;7]$ *h)* $2 \notin [-1\,;3] \cap]2\,;7]$

Explications :
a) $1 \in [-1\,;3]$ car $-1 \leqslant 1 \leqslant 3$ donc $1 \in [-1\,;3] \cup]6\,;7]$
b) $5 \notin [-1\,;3]$ car $5 > 3$ et $5 \notin]6\,;7]$ car $5 \leqslant 6$ donc $5 \notin [-1\,;3] \cup]6\,;7]$

c) $3 \in [-1\,;3]$ car $-1 \leqslant 3 \leqslant 3$ donc $3 \in [-1\,;3] \cup]6\,;7]$
d) $6 \notin [-1\,;3]$ car $6 > 3$ et $6 \notin]6\,;7]$ car $6 \leqslant 6$ donc $6 \notin [-1\,;3] \cup]6\,;7]$
e) $1 \notin]2\,;7]$ car $1 \leqslant 2$ donc $1 \notin [-1\,;3] \cap]2\,;7]$
f) $5 \notin [-1\,;3]$ car $5 > 3$ donc $5 \notin [-1\,;3] \cap]2\,;7]$
g) $3 \in [-1\,;3]$ car $-1 \leqslant 3 \leqslant 3$ et $3 \in]2\,;7]$ car $2 < 3 \leqslant 7$ donc $3 \in [-1\,;3] \cap]2\,;7]$
h) $2 \notin]2\,;7]$ car $2 \leqslant 2$ donc $2 \notin [-1\,;3] \cap]2\,;7]$

Exercice 4.

a) $0{,}012 < 0{,}04$ *b)* $-1{,}13 > -1{,}15$ *c)* $3 \times 10^{-2} > 0{,}025$ *d)* $\dfrac{7}{13} > \dfrac{6}{13}$

e) $\dfrac{7}{11} > \dfrac{7}{12}$ *f)* $-\dfrac{1}{7} > -\dfrac{2}{13}$ *g)* $0{,}34 < \dfrac{34}{99}$ *h)* $-\dfrac{1}{4} < -0{,}249$

Explications :
a) $0{,}0\underline{1}2 < 0{,}0\underline{4}$ car $1 < 4$
b) $1{,}1\underline{3} < 1{,}1\underline{5}$ car $3 < 5$ donc $-1{,}13 > -1{,}15$
c) $3 \times 10^{-2} = 0{,}00\underline{3} > 0{,}0\underline{2}5$ car $3 > 2$.
d) $7 > 6$ donc $\frac{7}{13} > \frac{6}{13}$
e) $11 < 12$ donc $\frac{7}{11} > \frac{7}{12}$
f) $\frac{1}{7} = \frac{2}{14} < \frac{2}{13}$ car $14 > 13$ donc $-\frac{1}{7} > -\frac{2}{13}$
g) $0{,}34 = \frac{34}{100} < \frac{34}{99}$ car $100 > 99$
h) $\frac{1}{4} = 0{,}2\underline{5} > 0{,}2\underline{4}9$ donc $-\frac{1}{4} < -0{,}249$

Exercice 5. L'énoncé équivaut à $2 \leqslant x < 5$.

1. On a $2+3 \leqslant x+3 < 5+3$ c'est-à-dire $\boxed{5 \leqslant x+3 < 8}$.
2. On a $2-1 \leqslant x-1 < 5-1$ c'est-à-dire $\boxed{1 \leqslant x-1 < 4}$.
3. Comme $4 > 0$, an a $4 \times 2 \leqslant 4 \times x < 4 \times 5$ c'est-à-dire $\boxed{8 \leqslant 4x < 20}$.
4. Comme $-\frac{1}{4} < 0$, an a $-\frac{1}{4} \times 2 \geqslant -\frac{1}{4} \times x > -\frac{1}{4} \times 5$ c'est-à-dire $\boxed{-\frac{1}{2} \geqslant -\frac{x}{4} > -\frac{5}{4}}$.

Exercice 6.

1. On a $1 \leqslant x \leqslant 3$ et $5 \leqslant y \leqslant 7$ donc $1+5 \leqslant x+y \leqslant 3+7$ c'est-à-dire $\boxed{6 \leqslant x+y \leqslant 10}$.
2. Comme toutes les valeurs sont positives, on a $1 \times 5 \leqslant x \times y \leqslant 3 \times 7$ c'est-à-dire $\boxed{5 \leqslant xy \leqslant 21}$.
3. On écrit $x - y = x + (-y)$ car on ne peut pas soustraire membre à membre les inégalités. Or, $1 \leqslant x \leqslant 3$ et $5 \leqslant y \leqslant 7$ donc $-7 \leqslant -y \leqslant -5$ et ainsi $1+(-7) \leqslant x+(-y) \leqslant 3+(-5)$ c'est-à-dire $\boxed{-6 \leqslant x-y \leqslant -2}$.
4. Comme $4 > 0$, $4 \times 5 \leqslant 4 \times y \leqslant 4 \times 7$ c'est-à-dire $20 \leqslant 4y \leqslant 28$ et, comme $-3 < 0$, $-3 \times 1 \geqslant -3 \times x \geqslant -3 \times 3$ c'est-à-dire $-9 \leqslant -3x \leqslant -3$. Ainsi, $20 + (-9) \leqslant 4y - 3x \leqslant 28 + (-3)$ donc $\boxed{11 \leqslant 4y - 3x \leqslant 25}$.

Exercice 7.

1. On a $0{,}09 \leqslant \dfrac{1}{11} \leqslant 0{,}091$.
2. On a $-\sqrt{5} \approx -2{,}2361$.
3. On a $\dfrac{\pi}{4} \approx 0{,}79$.
4. On a $1-\sqrt{3} \approx -0{,}732$.

Exercice 8. Soit $a \in \mathbb{R}$. Alors, $a^2+9-6a = a^2-6a+9 = a^2-2\times 3\times a+3^2 = (a-3)^2 \geqslant 0$ donc $\boxed{a^2+9 \geqslant 6a}$.