

Corrigés des exercices donnés pour le 25 mars 2020

Exercice 29 p. 105

1. Comme $4 > 0$, la fonction f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$. L'image de 2 est $f(2) = 4 \times 2 = 8$. De plus,

$$f(x) = 2 \Leftrightarrow 4x = 2 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

donc l'unique antécédent de 2 par f est $\frac{1}{2}$.

2. La fonction f est constante sur $\mathbb{R}$. L'image de 2 est -3 et 2 n'a pas d'antécédents par g .
3. Comme $-1 < 0$, la fonction h est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$. L'image de 2 par g est $g(2) = -2 + 9 = 7$. De plus,

$$h(x) = 2 \Leftrightarrow -x + 9 = 2 \Leftrightarrow -x = 2 - 9 \Leftrightarrow -x = -7 \Leftrightarrow x = 7$$

donc l'unique antécédent de 2 par h est 7.

4. Comme $-2 < 0$, la fonction m est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$. L'image de 2 par m est $m(2) = -2 \times 2 + 1 = -3$. De plus,

$$m(x) = 2 \Leftrightarrow -2x + 1 = 2 \Leftrightarrow -2x = 1 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$$

donc l'unique antécédent de 2 par m est $-\frac{1}{2}$.

Exercice 37 p. 107

1. $f_1(-3) = 4 \times (-3) - 9 = -21 \neq 4$ donc la courbe de f_1 ne passe pas par C .
2. $f_2(-3) = -3 \times (-3) - 5 \times (-3) = 24 \neq 4$ donc la courbe de f_2 ne passe pas par C .
3. $f_3(-3) = -3 \times (-3) + 4 = 13 \neq 4$ donc la courbe de f_3 ne passe pas par C .
4. $f_4(-3) = 4 \times (-3) - 3 = -15 \neq 4$ donc la courbe de f_4 ne passe pas par C .
5. $f_5(-3) = -\frac{7}{3} \times (-3) - 3 = 4$ donc la courbe de f_5 passe par C .
6. $f_6(-3) = 4$ donc la courbe de f_6 passe par C .
7. $f_7(-3) = -3 \neq 4$ donc la courbe de f_7 ne passe pas par C .
8. $f_8(-3) = -\frac{4}{3} \times (-3) = 4$ donc la courbe de f_8 passe par C .
9. $f_9(-3) = -\frac{3}{4} \times (-3) = \frac{9}{4} \neq 4$ donc la courbe de f_9 ne passe pas par C .
10. $f_{10}(-3) = \frac{11}{6} \times (-3) + \frac{19}{2} = -\frac{11}{2} + \frac{19}{2} = \frac{8}{2} = 4$ donc la courbe de f_{10} passe par C .

Exercice 45 p. 107

1. Comme P est affine, il existe deux réels m et p tels que, pour tout réel x , $P(x) = mx + p$. Par théorème,

$$m = \frac{P(2016) - P(2006)}{2016 - 2006} = \frac{415 - 526}{10} = -11,1$$

donc, pour tout réel x , $P(x) = -11,1x + p$. De plus, $P(2006) = 526$ donc $-11,1 \times 2006 + p = 526$ donc $p = 526 + 11,1 \times 2006 = 22792,6$.

Ainsi, $P : x \mapsto -11,1x + 22792,6$.

Comme $P(2015) = 426,1$, il y avait environ 426 milliers d'éléphants en 2015 et, comme $P(2005) = 537,1$, il y avait environ 537 milliers d'éléphants en 2005.

2. Comme $P(2055) = -17,9$, on peut estimer que la population d'éléphant a disparu en 2055.

3. La fonction P est affine et s'annule en $-\frac{22792,6}{-11,1} = 2053,4$. Comme $m = -11,1 < 0$, pour tout $n \leq 2053$, $P(n) > 0$ et pour tout $n \geq 2054$, $P(n) < 0$. Ainsi, dans ce modèle, la dernière année avant l'extinction complète des éléphants est 2053.

Exercice 70 p. 110

1. En x mois, il aura remboursé $85x$ euros donc $S(x) = 1000 - 85x$.
2. Comme $m = -85 < 0$, la fonction S est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.
La fonction S s'annule en $-\frac{1000}{-85} = \frac{200}{17}$. Comme $m < 0$, $S(x) \geq 0$ pour tout $x \in \left]-\infty; \frac{200}{17}\right]$ et $S(x) \leq 0$ pour tout $x \in \left[\frac{200}{17}; +\infty\right[$.
3. L'étudiant aura fini de rembourser quand $S(x) = 0$. Ceci arrive lorsque $x = \frac{200}{17} \approx 11,7$. Ainsi, il aura payé sa dette en 12 mois. (Précisément, il paiera 85 euros pendant 11 mois et, le 12e mois, il remboursera $1000 - 11 \times 85 = 65$ euros).
4. L'algorithme est le suivant.

```
D ← 1000
X ← 0
Tant que D > 0
    X ← X + 1
    D ← D - 85
Fin Tant que
```

En Python, on obtient le programme suivant.

```
D=1000
X=0
while (D>0):
    X=X+1
    D=D-85
```