

Corrigés des exercices donnés le vendredi 05 juin

Exercice 112 p. 29

1. 10 est un multiple de 5 car $10 = 2 \times 5$ et 2 est entier. En revanche, 10 n'est pas un multiple de 17 ni de 6 car $10 = \frac{10}{17} \times 17$ et $10 = \frac{5}{3} \times 6$ mais $\frac{10}{17}$ et $\frac{5}{3}$ ne sont pas entiers.
2. 85 est un multiple de 5 et de 17 car $85 = 17 \times 5$ et 17 et 5 est entier. En revanche, 85 n'est pas un multiple de 6 car $85 = \frac{85}{6} \times 6$ mais $\frac{85}{6}$ n'est pas un entier.
3. 510 est un multiple de 5, de 6 et de 17 car $510 = 102 \times 5$, $510 = 85 \times 6$, $510 = 30 \times 17$ et 102, 85 et 30 sont des entiers.
4. 28 n'est pas un multiple de 5, de 6 ni de 17 car $28 = \frac{28}{5} \times 5$, $28 = \frac{14}{3} \times 6$ et $28 = \frac{28}{17} \times 17$ mais $\frac{28}{5}$, $\frac{14}{3}$ et $\frac{28}{17}$ ne sont pas des entiers.
5. 34 est un multiple de 17 car $34 = 2 \times 17$ et 2 est un entier. En revanche, 34 n'est divisible ni par 5 ni par 6 car $34 = \frac{34}{5} \times 5 = \frac{17}{3} \times 6$ mais $\frac{34}{5}$ et $\frac{17}{3}$ ne sont pas des entiers.
6. 60 est divisible par 5 et par 6 car $60 = 12 \times 5 = 10 \times 6$ et 12 et 10 sont des entiers. En revanche, 60 n'est pas divisible par 17 car $60 = \frac{60}{17} \times 17$ mais $\frac{60}{17}$ n'est pas entier.
7. 72 est divisible par 6 car $72 = 12 \times 6$ et 12 est entier. En revanche, 72 n'est divisible ni par 5 ni par 17 car $72 = \frac{72}{5} \times 5 = \frac{72}{17} \times 17$ mais $\frac{72}{5}$ et $\frac{72}{17}$ ne sont pas des entiers.
8. 97 n'est divisible ni par 5, ni par 6, ni par 17 car $97 = \frac{97}{5} \times 5 = \frac{97}{6} \times 6 = \frac{97}{17} \times 17$ mais $\frac{97}{5}$, $\frac{97}{6}$ et $\frac{97}{17}$ ne sont pas des entiers.

Exercice 114 p. 29

1. Un multiple de 35 est $35 \times 2 = 70$ et un multiple de 25 est $25 \times 2 = 50$. (Il y en a évidemment beaucoup d'autres possibles).
2. Le nombre 0 est un multiple commun de 35 et 25 car $0 = 0 \times 35$ et $0 = 0 \times 25$. Une autre réponse possible est $35 \times 25 = 875$.
3. Soit $m > 0$ un multiple commun de 25 et 35. Alors, il existe un entier $k > 0$ tel que $m = 35k$. Pour $k \in \{1; 2; 3; 4\}$, on obtient des nombres qui ne sont pas divisibles par 25. En revanche, $35 \times 5 = 175 = 7 \times 25$ est un multiple de 25. Ainsi, $m = 175$.

Exercice 116 p. 29. Si n est un entier, on note $\mathcal{D}(n)$ l'ensemble des diviseurs positifs n .

1. $\mathcal{D}(15) = \{1; 3; 5; 15\}$ et $\mathcal{D}(35) = \{1; 5; 7; 35\}$ donc le plus grand diviseur commun est 5.
2. $\mathcal{D}(60) = \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 12; 20; 30; 60\}$ et $\mathcal{D}(40) = \{1; 2; 4; 5; 8; 10; 20; 40\}$ donc le plus grand diviseur commun est 20.
3. $\mathcal{D}(45) = \{1; 3; 5; 9; 15; 45\}$ et $\mathcal{D}(64) = \{1; 2; 4; 8; 16; 32; 64\}$ donc le plus grand diviseur commun est 1.
4. $\mathcal{D}(270) = \{1; 2; 3; 5; 6; 9; 10; 15; 18; 27; 30; 45; 54; 90; 135; 270\}$ et $\mathcal{D}(180) = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 9; 10; 12; 15; 18; 20; 30; 36; 45; 60; 90; 180\}$ donc le plus grand diviseur commun est 90.

Exercice 121 p. 29. Comme a et a' sont impairs, a^2 et a'^2 sont aussi impairs par théorème. Il existe donc des entiers k et k' tels que $a^2 = 2k + 1$ et $a'^2 = 2k' + 1$. Dès lors,

$$a^2 + a'^2 = (2k + 1) + (2k' + 1) = 2k + 2k' + 2 = 2(k + k' + 1).$$

Or, comme k et k' sont des entiers, $k + k' + 1$ est un entier donc $a^2 + a'^2$ est pair.

Exercice 123 p. 29. Comme a est impair, il existe un entier k tel que $a = 2k + 1$. De plus, par théorème, a^2 est impair donc il existe un entier k' tel que $a^2 = 2k' + 1$. Dès lors,

$$a^3 = a \times a^2 = (2k + 1)(2k' + 1) = 4kk' + 2k + 2k' + 1 = 2(2kk' + k + k') + 1.$$

Posons $K = 2kk' + k + k'$. Comme k et k' sont des entiers, K est un entier donc $a^3 = 2K + 1$ est impair.