Fiche d'exercices n°4 – Résolution d'équations

Exercice 1. — On considère l'équation

$$(E): \ \frac{3x+1}{5} - 2x + 1 = 3 + 4x.$$

Compléter le raisonnement suivant en indiquant entre parenthèses l'opération effectuée pour passer d'une équation à l'autre (par exemple : on a divisé par 3, on a additionné 2, etc...)

(E)	$\Leftrightarrow$	$\frac{3x+1}{5} - 2x + 1 - (3+4x) = 0$	(On a ....)
	$\Leftrightarrow$	$\frac{3x+1}{5} - 2x + 1 - 3 - 4x = 0$	
	$\Leftrightarrow$	$\frac{3x+1}{5} - 6x - 2 = 0$	
	$\Leftrightarrow$	$3x + 1 - 30x - 10 = 0$	(On a ....)
	$\Leftrightarrow$	$-27x - 9 = 0$	
	$\Leftrightarrow$	$-27x = 9$	(On a ....)
	$\Leftrightarrow$	$x = -\frac{9}{27}$	(On a ....)
	$\Leftrightarrow$	$x = -\frac{1}{3}$	

Conclusion : ....

Exercice 2. — Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

$$(E_1): \ 3x = 0 \qquad (E_2): \ 5x = 1 \qquad (E_3): \ 3 - 2x = 5 \qquad (E_4): \ 1 - x = 4x + 7$$

$$(E_5): \ \frac{x-2}{2} + 2 = 2x \qquad (E_6): \ \frac{2x+3}{4} + \frac{4-x}{3} = \frac{x+1}{2}.$$

Exercice 3. — Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

$$(E_1): \ (3x+4)(2x+5) = 0 \qquad (E_2): \ x(x+1) - (x-2)(x+1) = 0 \qquad (E_3): \ x^2 + 10x + 25 = 0$$

$$(E_4): \ 2x(x-4) = (x+2)(x-4) \qquad (E_5): \ (3x-4)^2 = (-x+3)^2 \qquad (E_6): \ 4x^2 = 1 + (2x-1)(x+3).$$

Exercice 4. — Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

$$(E_1): \ \frac{2x+1}{x-3} = 0 \qquad (E_2): \ \frac{1-x^2}{x+1} = 0 \qquad (E_3): \ \frac{x+1}{x} = \frac{x-2}{x+1}.$$

Exercice 5. — Pour $x \in \mathbb{R}$, on pose $P(x) = (2x+7)(x-1) - 4(x-1)$.

1. Déterminer la forme développée, réduite et ordonnée de $P(x)$.
2. Déterminer la forme factorisée de $P(x)$.
3. En utilisant la forme de $P(x)$ qui vous semble la plus adaptée,
 a. calculer $P(0)$;
 b. résoudre l'équation $P(x) = 0$.

Exercice 6. — Pour $x \in \mathbb{R}$, on pose $f(x) = (3x-4)^2 - 8x^2$.

1. Déterminer la forme développée, réduite et ordonnée de $f(x)$.
2. Déterminer la forme factorisée de $f(x)$.
3. Montrer que, pour tout réel x, $f(x) = (x-12)^2 - 128$.
4. En utilisant la forme de $f(x)$ qui vous semble la plus adaptée,
 a. calculer $f(0)$;
 b. résoudre l'équation $f(x) = 0$;
 c. résoudre $f(x) = 16$;
 d. résoudre $f(x) = -128$;
 e. étudier le signe de $f(x) + 200$;
 f. résoudre $f(x) + 8x^2 = 0$.