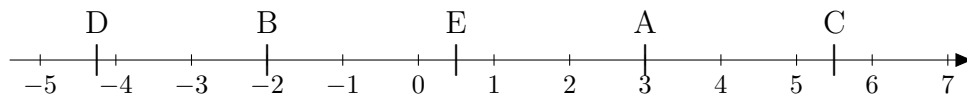
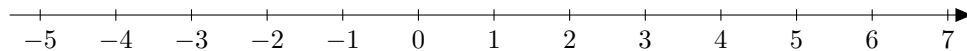


Fiche d'exercices n°1. — Les ensembles de nombres

Exercice 1. Sur la droite réelle ci-dessous, on a placé des points A, B, C, D et E. Déterminer, avec la précision permise par le graphique, les abscisses de ces points.



Exercice 2. Sur la droite réelle ci-dessous, placer (avec la précision permise par le graphique) le point A d'abscisse 2, le point B d'abscisse $-\frac{17}{4}$, le point C d'abscisse $-\pi$, le point D d'abscisse $\frac{9}{2}$ et le point E d'abscisse $\sqrt{10}$.



Exercice 3. Calculer les nombres suivants.

$$A = |3| \quad B = |-5| \quad C = |1 - \sqrt{2}| \quad D = |17 - 25| \quad E = |-3 - \pi| \quad F = |10^{-4}|.$$

Exercice 4. Dans chacun des cas suivants, calculer la distance entre x et y .

$$1) x = -1 \text{ et } y = 3 \quad 2) x = \sqrt{3} \text{ et } y = -1 \quad 3) x = \frac{1}{3} \text{ et } y = 4 \quad 4) x = 3 \text{ et } y = \pi.$$

Exercice 5. Pour chacune des inégalités suivantes, dire si elle est vérifiée ou non lorsqu'on remplace x par -1 .

$$1) |x - 1| > 1 \quad 2) |x + 3| > 5 \quad 3) |x - 1| < \frac{1}{2} \quad 4) |1 - 2x| < 3.$$

Exercice 6.

1. Déterminer un nombre x tel que $|x - 4| = 2$.
2. Peut-on en trouver un autre ?
3. Combien peut-on trouver de tels nombres x au total ?

Exercice 7.

1. Déterminer un nombre x tel que $|x + 5| = 4$.
2. Peut-on en trouver un autre ?
3. Combien peut-on trouver de tels nombres x au total ?

Exercice 8. Les énoncés suivants sont-ils vrais ou faux ? On justifiera sa réponse.

1. Pour tout réel x , $|1 + x^2| = 1 + x^2$.
2. Pour tous réels x et y , $|x + y| = |x| + |y|$.
3. Il existe des réels x et y tels que $|x + y| = |x| + |y|$.
4. Pour tous réels positifs ou nuls x et y , $|x + y| = |x| + |y|$.
5. Il existe un réel x tel que $|-x^2| = -x^2$.

Exercice 9. Compléter en utilisant $\in$ ou $\notin$. On ne demande pas de justification.

$$5 \dots \mathbb{Z}; \quad \pi \dots \mathbb{R}; \quad \frac{1}{3} \dots \mathbb{D}; \quad \frac{1}{10} \dots \mathbb{D}; \quad -3 \dots \mathbb{Z}; \quad \sqrt{2} \dots \mathbb{Q}; \quad 0,75 \dots \mathbb{Q}; \quad \frac{10}{2} \dots \mathbb{N}.$$

Exercice 10.

1. Trouver une écriture de $-3,256$ qui montre que ce nombre est rationnel.
2. Trouver une écriture de 5 qui montre que ce nombre est rationnel.
3. Trouver une écriture de $-\frac{3}{5}$ qui montre que ce nombre est décimal.

Exercice 11. Les nombres suivants sont-ils entiers ?

$$A = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}; \quad B = \frac{91}{7}; \quad C = \sqrt{16} - \sqrt{25}; \quad D = 1 + \sqrt{2}.$$

Exercice 12.

1. En utilisant le fait que $\frac{1}{3} \notin \mathbb{D}$, démontrer que $\frac{1}{6} \notin \mathbb{D}$.
2. En utilisant le fait que $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$, démontrer que $2 - \sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$.
3. En utilisant le fait que $\pi \notin \mathbb{Q}$, démontrer que $\sqrt{\pi} \notin \mathbb{Q}$.

Exercice 13. Pour chacune des phrases suivantes, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant sa réponse.

1. Il existe un nombre décimal qui est un entier naturel.
2. Il n'existe pas de nombre rationnel qui soit décimal.
3. Il existe un nombre décimal compris entre 1,3 et 1,4.
4. Il existe un nombre rationnel non décimal compris entre 1,3 et 1,4.
5. Le produit de deux nombres décimaux est un nombre décimal.
6. Le produit de deux nombres irrationnels est un nombre irrationnel.

Exercice 14.

1. Soit x un réel non nul. Montrer que x est rationnel si et seulement si $\frac{1}{x}$ est rationnel.
2. Déterminer deux irrationnels x et y différents tels que $x \times y$ soit un entier.

Exercice 15. En s'inspirant de la démonstration de la propriété 20 du cours, démontrer que $\frac{1}{7}$ n'est pas décimal

Exercice 16.

1. En s'inspirant de la démonstration de la propriété 27 du cours, démontrer que $\sqrt{3}$ est irrationnel.
2. $\sqrt{4}$ est-il irrationnel ?
3. En adaptant la démonstration de la propriété 27 du cours, démontrer que $\sqrt{5}$ est irrationnel.