

Module n°1 : Organiser un calcul

1 Rappel de quelques règles de calcul

1.1 Calculer sur les fractions

Règle 1 : on ne peut simplifier un même nombre dans une fraction que s'il est en facteur au numérateur et au dénominateur. Dans la mesure du possible, on essaie toujours de donner une fraction sous forme irréductible.

Exemple 1 : simplifier $\frac{5+3}{5+7}$.

Règle 2 : pour additionner deux fractions, il faut d'abord les réduire au même dénominateur.

Exemple 2 : calculer $\frac{3}{4} - \frac{2}{7}$.

Règle 3 : pour multiplier deux fractions, il suffit de multiplier les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux APRES avoir effectué les simplifications possibles.

Exemple 3 : calculer $\frac{9}{4} \times \frac{10}{21}$.

Règle 4 : diviser par une fraction revient à multiplier par son inverse.

Exemple 4 : calculer $\frac{\frac{15}{14}}{\frac{3}{4}}$.

1.2 Priorité des opérations

Règle 5 : en l'absence de parenthèses, la multiplication et la division sont prioritaires sur l'addition et la soustraction.

Exemple 5 : calculer $\frac{2}{3} - \frac{7}{3} \times \frac{9}{21}$.

Règle 6 : en présence de parenthèses, les calculs entre parenthèses sont prioritaires.

Exemple 6 : calculer $\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{3}\right) \times \frac{3}{2}$.

1.3 Calculer sur les puissances entières

Règle 7 : pour tout réel a non nul et tous entiers relatifs n et m :

$$1) a^m \times a^n = a^{m+n} \quad 2) \frac{1}{a^n} = a^{-n} \quad 3) \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad 4) (a^m)^n = a^{m \times n} \quad 5) a^0 = 1.$$

Exemple 7 : écrire, sous forme d'une puissance de 10, les nombres $10^5 \times (10^3)^2$ et $\frac{1000}{10^7}$.

Règle 8 : pour tous réels a et b non nuls et pour tout entier relatif n ,

$$1) a^n \times b^n = (a \times b)^n \quad 2) \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n \quad 3) 1^m = 1.$$

Exemple 8 : calculer $\left(\frac{7}{4}\right)^{2013} \times \frac{12^{2013}}{21^{2013}}$.

2 Exercices

Exercice 1. — Effectuer les calculs suivants sans utiliser la calculatrice et vérifier ensuite les résultats à l'aide de celle-ci.

$$\begin{array}{lllll} 1) \frac{1}{3} + \frac{1}{6} & 2) \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{9} & 3) \frac{4}{3} + \frac{3}{4} - 1 & 4) \frac{1}{3} \times \frac{1}{6} & 5) \frac{4}{3} \times \frac{3}{3} - 1 \\ 6) \frac{4 \times 91}{18 \times 2} - \frac{91}{18} \times 2 & 7) \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{3} \right) \times \frac{1}{5} & 8) \frac{\frac{1}{3} - \frac{3}{4}}{\frac{2}{5}} & 9) \frac{4}{\frac{1}{2} - \frac{1}{4}} \\ 10) 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1+\frac{1}{3}}} & 11) \frac{\frac{2}{7} + \frac{5}{21}}{\frac{5}{9} - \frac{1}{3}} & 12) \frac{2 + \frac{1}{5}}{7 - \frac{3}{5}} & 13) \frac{\frac{1}{3} - \frac{5}{2}}{\frac{3}{4} - \frac{1}{2}} \times \frac{\frac{5}{6} + \frac{7}{3}}{1 - \frac{5}{6}}. \end{array}$$

Exercice 2. — Ecrire les nombres suivants sous la forme de fractions irréductibles et vérifier ensuite le résultat à l'aide de la calculatrice.

$$a = \frac{5^2 \times 10^2}{5^3 \times 2^4} \quad b = 10^{-3} \times 10^5 \times 0,0001 \quad c = \left(\frac{1}{2} \right)^2 \times 4^{-2} \quad d = (0,2)^2 \times (0,4)^3 \times 10^4.$$

Exercice 3. — On considère deux réels a et b non nuls. Ecrire chacun des nombres suivants sous la forme $a^m b^n$ où m et n sont des entiers relatifs.

$$(a^2 b)^{-3} \times (ab)^2 \quad (ab^2)^{-1} \times (a^2 b)^2 \quad \frac{a^{-1} b^2}{a^{-2} b}.$$

Exercice 4. — On considère deux réels a et b non nuls. Dans chacun des cas suivants, écrire chacun des nombres $\frac{1}{X}$, XY , XYZ et $\frac{XZ}{Y}$ sous la forme $a^m b^n$ où m et n sont des entiers relatifs si

$$\begin{array}{lll} 1. X = a^2 b^4 & Y = a^5 b^2 & Z = ab. \\ 2. X = ab^{-2} & Y = (a^{-1} b^2)^4 & Z = (ab^{-1})^3. \end{array}$$