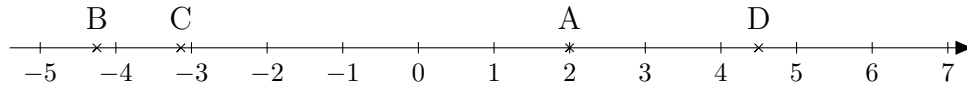


Correction de l'interrogation écrite n°1 — Sujet A

Exercice 1.



Exercice 2.

$$A = \left| \frac{13}{7} \right| = \frac{13}{7} \text{ car } \frac{13}{7} \geq 0$$

$$B = |-1| = -(-1) = 1 \text{ car } -1 < 0$$

$$C = |1 - \pi| = -(1 - \pi) = \pi - 1 \text{ car } 1 - \pi < 0$$

$$D = |2 + \sqrt{2}| = 2 + \sqrt{2} \text{ car } 2 + \sqrt{2} \geq 0.$$

Exercice 3.

$$a = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{4}{12} - \frac{3}{12} \text{ soit } \boxed{a = \frac{1}{12}}.$$

$$b = \left(\frac{5}{2} - \frac{2}{5} \right) \times \frac{5}{3} = \left(\frac{25}{10} - \frac{4}{10} \right) \times \frac{5}{3} = \frac{21}{10} \times \frac{5}{3} = \frac{7 \times \cancel{3}}{2 \times \cancel{3}} \times \frac{\cancel{5}}{\cancel{3}} \text{ soit } \boxed{b = \frac{7}{2}}.$$

$$c = \frac{1 + \frac{1}{5}}{1 + \frac{1}{4}} = \frac{\frac{5}{5} + \frac{1}{5}}{\frac{4}{4} + \frac{1}{4}} = \frac{\frac{6}{5}}{\frac{5}{4}} = \frac{6}{5} \times \frac{4}{5} \text{ soit } \boxed{c = \frac{24}{25}}.$$

Exercice 4.

$$5 \in \mathbb{Q}; \quad \pi \notin \mathbb{D}; \quad \frac{1}{3} \in \mathbb{D}; \quad \frac{1}{10} \in \mathbb{D}; \quad -3 \in \mathbb{Q}; \quad \sqrt{2} \notin \mathbb{Q}; \quad 0,75 \notin \mathbb{Q}; \quad \frac{10}{2} \in \mathbb{N}.$$

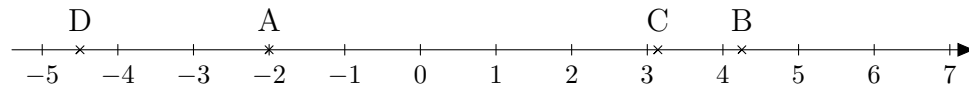
Exercice 5. Raisonnons par l'absurde en supposant que $\frac{1}{21}$ est décimal. Alors, il existe $a \in \mathbb{Z}$ et $n \in \mathbb{N}$ tel que $\frac{1}{21} = \frac{a}{10^n}$. Dès lors, comme $\frac{1}{7} = \frac{3}{21} = 3 \times \frac{1}{21}$, on a $\frac{1}{7} = 3 \times \frac{a}{10^n} = \frac{3a}{10^n}$. Or, $3a \in \mathbb{Z}$ et $n \in \mathbb{N}$ donc ceci implique que $\frac{1}{7}$ est décimal. C'est absurde donc $\boxed{\frac{1}{21} \text{ n'est pas décimal}}.$

Exercice 6.

1. L'affirmation est fausse car $\sqrt{2}$ est un réel qui n'est pas rationnel.
2. L'affirmation est vraie : par exemple, $1 = \frac{1}{10}$ est un entier relatif qui est aussi un nombre décimal.
3. L'affirmation est vraie : par exemple, si $x = 2$ alors $|x + 1| = |3| = 3 = x + 1$.
4. L'affirmation est fausse : par exemple, si $x = -2$ alors $|x + 1| = |-1| = 1 \neq x + 1 = -1$.
5. L'affirmation est fausse : en effet, $x = -8$ convient également puisque $|-8 + 3| = |-5| = 5$.
6. L'affirmation est fausse : par exemple, $\sqrt{4} = 2 = \frac{2}{1}$ est un rationnel.
7. L'affirmation est vraie. Raisonnons par l'absurde en supposant que $3\sqrt{2}$ est rationnel. Alors, il existe $a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{N}$ non nul tel que $3\sqrt{2} = \frac{a}{b}$. Dès lors, en divisant 3, on obtient $\sqrt{2} = \frac{a}{3b}$. Or, $a \in \mathbb{Z}$ et $3b \in \mathbb{N}$ donc ceci montre que $\sqrt{2}$ est rationnel. C'est absurde donc $3\sqrt{2}$ est irrationnel.

Correction de l'interrogation écrite n°1 — Sujet B

Exercice 1.



Exercice 2.

$$A = \left| \frac{7}{13} \right| = \frac{7}{13} \text{ car } \frac{7}{13} \geq 0$$

$$B = |-4| = -(-4) = 4 \text{ car } -4 < 0$$

$$C = |2 - \pi| = -(2 - \pi) = \pi - 2 \text{ car } 2 - \pi < 0$$

$$D = |1 + \sqrt{2}| = 1 + \sqrt{2} \text{ car } 1 + \sqrt{2} \geq 0.$$

Exercice 3.

$$a = \frac{1}{4} - \frac{1}{3} = \frac{3}{12} - \frac{4}{12} \text{ soit } \boxed{a = -\frac{1}{12}}.$$

$$b = \left(\frac{2}{5} - \frac{5}{2} \right) \times \frac{5}{3} = \left(\frac{4}{10} - \frac{25}{10} \right) \times \frac{5}{3} = -\frac{21}{10} \times \frac{5}{3} = -\frac{7 \times \cancel{3}}{2 \times \cancel{3}} \times \frac{\cancel{5}}{\cancel{5}} \text{ soit } \boxed{b = -\frac{7}{2}}.$$

$$c = \frac{1 + \frac{1}{4}}{1 + \frac{1}{5}} = \frac{\frac{4}{4} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{5} + \frac{1}{5}} = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{6}{5}} = \frac{5}{4} \times \frac{5}{6} \text{ soit } \boxed{c = \frac{25}{24}}.$$

Exercice 4.

$$-5 \notin \mathbb{N}; \quad \pi \notin \mathbb{Q}; \quad \frac{1}{3} \notin \mathbb{D}; \quad \frac{1}{10} \in \mathbb{R}; \quad -3 \in \mathbb{D}; \quad \sqrt{2} \notin \mathbb{Q}; \quad 0,75 \in \mathbb{Q}; \quad \frac{10}{2} \in \mathbb{Z}.$$

Exercice 5. Raisonnons par l'absurde en supposant que $\frac{1}{14}$ est décimal. Alors, il existe $a \in \mathbb{Z}$ et $n \in \mathbb{N}$ tel que $\frac{1}{14} = \frac{a}{10^n}$. Dès lors, comme $\frac{1}{7} = \frac{2}{14} = 2 \times \frac{1}{14}$, on a $\frac{1}{7} = 2 \times \frac{a}{10^n} = \frac{2a}{10^n}$. Or, $2a \in \mathbb{Z}$ et $n \in \mathbb{N}$ donc ceci implique que $\frac{1}{7}$ est décimal. C'est absurde donc $\boxed{\frac{1}{14} \text{ n'est pas décimal}}.$

Exercice 6.

1. L'affirmation est fausse car $\frac{1}{3}$ est un réel qui n'est pas décimal.
2. L'affirmation est vraie : par exemple, $0,1 = \frac{1}{10}$ est un entier décimal qui est aussi un nombre rationnel.
3. L'affirmation est vraie : par exemple, si $x = 2$ alors $|x - 1| = |1| = 1 = x - 1$.
4. L'affirmation est fausse : par exemple, si $x = -2$ alors $|x - 1| = |-3| = 3 \neq x - 1 = -3$.
5. L'affirmation est fausse : en effet, $x = -7$ convient également puisque $|-7 + 2| = |-5| = 5$.
6. L'affirmation est fausse : par exemple, $\sqrt{4} = 2 = \frac{2}{1}$ est un rationnel.
7. L'affirmation est vraie. Raisonnons par l'absurde en supposant que $5\sqrt{2}$ est rationnel. Alors, il existe $a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{N}$ non nul tel que $5\sqrt{2} = \frac{a}{b}$. Dès lors, en divisant 5, on obtient $\sqrt{2} = \frac{a}{5b}$. Or, $a \in \mathbb{Z}$ et $5b \in \mathbb{N}$ donc ceci montre que $\sqrt{2}$ est rationnel. C'est absurde donc $5\sqrt{2}$ est irrationnel.