

Corrigé du devoir surveillé n°4

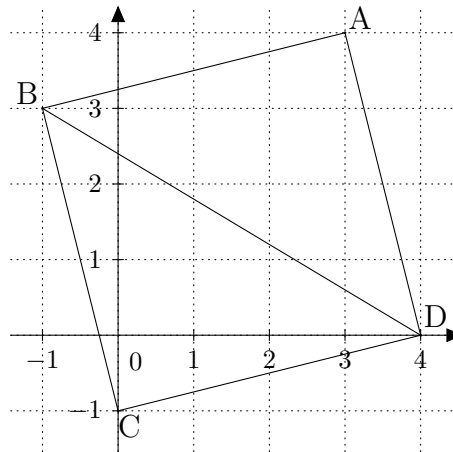
Exercice 1

1. Graphiquement, $\vec{u}(-7; -2)$, $\vec{v}(2; 3)$, $\vec{w}(0; -3)$ et $\vec{t}(2; 0)$.
2. On a les égalités suivantes :

$$\overrightarrow{AB} = 3\vec{i} + 1\vec{j} \quad \overrightarrow{BC} = 1\vec{i} + (-3)\vec{j} \quad \overrightarrow{CA} = (-4)\vec{i} + 2\vec{j}$$

Exercice 2

1.



2. a. On a $\overrightarrow{AD}(4 - 3; 0 - 4)$ soit $\overrightarrow{AD}(1; -4)$ et $\overrightarrow{BC}(0 - (-1); -1 - 3)$ soit $\overrightarrow{BC}(1; -4)$.
- b. Comme $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BC}$ ont mêmes coordonnées, ces deux vecteurs sont égaux et donc ABCD est un parallélogramme.
3. a. Par théorème,
 $AD = \sqrt{(4 - 3)^2 + (0 - 4)^2} = \sqrt{1 + 16}$ soit $AD = \sqrt{17}$
 $DC = \sqrt{(0 - 4)^2 + (-1 - 0)^2} = \sqrt{16 + 1}$ soit $DC = \sqrt{17}$.
 On constate que $AD = DC$ donc le parallélogramme ABCD a deux côtés consécutifs égaux : c'est donc un losange.
- b. Pour montrer que le losange ABCD est un carré, il suffit de montrer qu'il possède un angle droit. Pour cela, calculons la longueur AC : $AC = \sqrt{(0 - 3)^2 + (-1 - 4)^2} = \sqrt{9 + 25} = \sqrt{34}$. On constate ainsi que $AC^2 = 34 = 17 + 17 = AD^2 + DC^2$ donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ADC est rectangle en D. Ainsi, l'angle $\widehat{ADC}$ est droit et ABCD est un carré.
4. Le quadrilatère ABDE est un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DE}$. Or, $\overrightarrow{BA}(3 - (-1); 4 - 3)$ c'est-à-dire $\overrightarrow{BA}(4; 1)$ et $\overrightarrow{DE}(x_E - 4; y_E - 0)$ c'est-à-dire $\overrightarrow{DE}(x_E - 4; y_E)$ donc $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DE}$ si et seulement si $x_E - 4 = 4$ et $y_E = 1$. On conclut donc que E(8; 1).

Exercice 3. — On considère les points A(-3; -1), B(3; 2), C(1; 0), D(6; 3,5) et E(5; 2,5).

1. a. On a $\overrightarrow{AB}(3 - (-3); 2 - (-1))$ c'est-à-dire $\overrightarrow{AB}(6; 3)$ et $\overrightarrow{AD}(6 - (-3); 3,5 - (-1))$ c'est-à-dire $\overrightarrow{AD}(9; 4,5)$. Ainsi, $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = 6 \times 4,5 - 3 \times 9 = 27 - 27 = 0$ donc les points A, B et D sont alignés.

- b. On a $\overrightarrow{CD} (6 - 1 ; 3,5 - 0)$ c'est-à-dire $\overrightarrow{CD} (5 ; 3,5)$ et $\overrightarrow{CE} (5 - 1 ; 2,5 - 0)$ c'est-à-dire $\overrightarrow{CE} (4 ; 2,5)$. Ainsi, $\det(\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CE}) = 5 \times 2,5 - 3,5 \times 4 = -1,5 \neq 0$ donc les points A, B et D ne sont pas alignés.
2. a. On a $\overrightarrow{BC} (1 - 3 ; 0 - 2)$ c'est-à-dire $\overrightarrow{BC} (-2 ; -2)$ et $\overrightarrow{DE} (5 - 6 ; 2,5 - 3,5)$ c'est-à-dire $\overrightarrow{DE} (-1 ; -1)$. Ainsi, $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{DE}$ donc les droites (BC) et (DE) sont parallèles.
- b. On a $\overrightarrow{AC} (1 - (-3) ; 0 - (-1))$ c'est-à-dire $\overrightarrow{AC} (4 ; 1)$ et $\overrightarrow{BE} (5 - 3 ; 2,5 - 2)$ c'est-à-dire $\overrightarrow{BE} (2 ; 0,5)$. Ainsi, $\det(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BE}) = 4 \times 0,5 - 1 \times 2 = 2 - 2 = 0$ donc les droites (AC) et (BE) sont parallèles.

Exercice 4

```

1 xI=(a+e)/2
2 yI=(b+f)/2
3 xJ=(c+g)/2
4 yJ=(d+h)/2
5 if (xI==xJ and yI==yJ):
6     print("ABCD est un parallélogramme")
7 else:
8     print("ABCD n'est pas un parallélogramme")

```